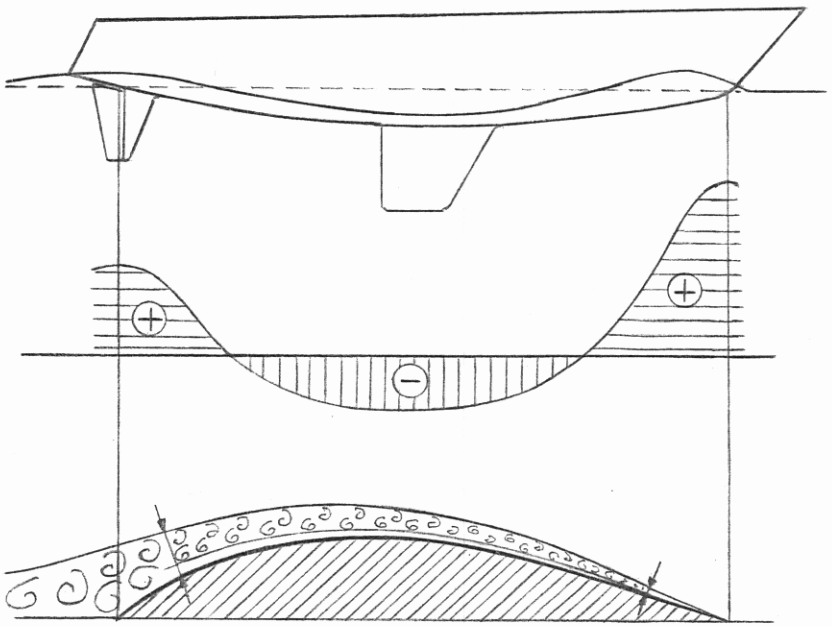
HYDRODYNAMISKA SAMBAND OCH PRINCIPER

TILLÄMPBARA VID BÅTKONSTRUKTION

DEL I

Börje Huss



SVERIGES YACHTKONSTRUKTÖRERS
SYR
RIKSFÖRENING

HYDRODYNAMISKA SAMBAND OCH PRINCIPER

TILLÄMPBARA VID BÅTKONSTRUKTION

DEL I

Börje Huss

2002

HYDRODYNAMISKA SAMBAND OCH PRINCIPER TILLÄMPBARA VID BÅTKONSTRUKTION

DEL I

Introduktion

Föreliggande skrift är i grunden baserad på ett föredrag hållet av undertecknad vid SYR:s "tekniska kväll" den 5 februari 2001 i Stockholm. Föredragets rubrik var "Hydrodynamisk rekapitulation".

Med hänsyftning på denna rubricering kan inledningsvis framhållas att föredraget, med det ganska pretentiösa programmet enligt nedan, avsågs få karaktären av vad jag ville betrakta som rekapitulation med förklaringar och exempel inom en del grundläggande delar av ämnet. Däremot var ambitionen inte att speciella nyare rön skulle komma att behandlas.

Enligt önskan vid SYR-mötet har föredragets program blivit grundstommen till en skriftlig sammanställning inom det aktuella området. I skriftlig form måste givetvis allting bli mera penetrerat, utförligare och mera förklarande än vad som kunde medhinnas under ett föredrag. Denna höjda ambitionsnivå har medfört att skriften uppdelas i två delar, där grundstommen till Del I utgörs av föredragets första del, "Grundläggande strömningstekniska samband och definitioner", och grundstommen till planerad Del II är föredragsprogrammets andra del, "Tillämpning av hydrodynamik vid båtkonstruktion". De båda delarna kan ses som "tekniska rapporter", i viss mån samordnade genom hänvisningar. Till rapporterna hör ett antal bilagor, som med härledningar, diagram och annan information avlastar texten i själva rapporten.

Föredragets agenda var följande:

1. Grundläggande strömningstekniska samband och definitioner

1.1 Framdrivningsmotståndets sammansättning

1.2 Specifika koefficienter för strömningstekniska beräkningar (motstånd, lyftkraft, tryck, hastighet)

1.3 Strömningstyper och motståndssamband
- -Laminär och turbulent strömning
- -Gränsskikt
- -Ytråhetens inverkan på motståndet
- -Motstånd för vingprofiler

(forts)

2. Tillämpning av hydrodynamik vid båtkonstruktion

2.1 Kraftkomponenter på båtskrov vid framfart
2.2 Formparametrar för båtskrov och fartanpassad skrovutformning
2.3 Modellförsöksteknik och exempel på systematiska modellförsök

För här föreliggande Del I ges i det följande en mera detaljerad innehållsförteckning.

Rapporten riktar sig i första hand till båtkonstruktörer och andra tekniker, speciellt inriktade på eller intresserade av hydrodynamiska problem. Här har sammanställts vad rubriken säger: "Grundläggande strömningstekniska samband och definitioner", med redovisade konkreta beräkningsmetoder i en omfattning som sammanfattningsvis framgår av den fullständiga innehållsförteckningen på sida 1:1 - 1:2. Den komplicerade sammansättningen av framdrivningsmotståndet för båtar analyseras till orsak och verkan och beräkningsmetoder för vissa där ingående delkomponenter redovisas. Däremot har analys av sambandet mellan det nakna båtskrovets formgivning och framdrivningsmotståndet i olika fartlägen hänskjutits till senarelagd studie enligt ovan.

I komplicerade tekniska sammanhang kan man mången gång sakna enkla absoluta sanningar, generellt tillämpbara. Detta gäller även inom ämnet båtars hydrodynamik i föreliggande skrift Del I och i än högre grad inom området för Del II, där tex val av formparametrar, detaljutformning av skrov och bihang, intrimning och yttre betingelser har stor men inte enkelt, entydigt definierbar betydelse. En koncentrerad genomgång av detta stora ämnesområde, som här valts, kan sålunda få en hel del frågetecken i marginalen av teoretiker och båtkonstruktörer. Vägen är öppen för synpunkter och kommentarer!

Tyresö i september 2002

Börje Huss

Detta är en delvis omarbetad och utökad upplaga.
November 2010
B.H.

Varmt tack till Sam Linschooten, ordförande i SYR:s Tekniska kommitté, för all hjälp i fråga om tillstånd för publicering av vissa figurer samt administrerande av tryckningen. Varmt tack även till Martin Ingelman-Sundberg för granskning av avsnittet om vingprofiler.
B.H.

Innehållsförteckning till Del I

1. "Grundläggande strömningtekniska samband och definitioner"

	Sida
Förteckning över symboler	2
1.1 Framdrivningsmotståndets sammansättning. Se även bilaga 1 och 4	3-10
Friktionsmotstånd, Restmotstånd	3-6
Tilläggsmotstånd	7-10
Motstånd i sjögång. Även bilaga 2	8
Motstånd av krängning och avdrift. Se även bilaga 3	9
1.2 Specifika strömningstekniska koefficienter och lagar	11-18
1.2.1 Kraftkoefficienter	11-14
1.2.2 Tryckkoefficienter	14-15
1.2.3 Hastighetskoefficienter	15-18
1.3 Strömningstyper och motståndssamband	19-30
1.3.1 Laminär strömning } Se även bilaga 7	20
1.3.2 Turbulent strömning } Se även bilaga 7	21
1.3.3 Det kritiska området } Se även bilaga 7	21-22
1.3.4 Lokalt friktionsmotstånd. Se även bilaga 8	23-25
1.3.5 Gränsskikt	26-28
1.3.5.1 Gränsskiktets tjocklek. Se även bilaga 7	26
1.3.5.2 Motstånd i gränsskikt. Se även bilaga 9	28
1.3.6 Ytråhetens inverkan på motstånd. Se även bilaga 10	29-30
1.4 Motstånd för symmetriska vingprofiler i parall.strömn.	31-50
1.4.1.1 Vingprofiler med skarp bakkant	36
1.4.1.2 Vingprofiler med avskuren bakkant. Se även bilaga 12	40
1.4.1.3 Profiler utformade för avlösning, kavitation eller ventilation. Se även bilaga 13	41
1.4.1.4 Speciella tilläggsmotstånd för kölar, roder etc	47
1.5 Osymmetriskt anströmmade symmetriska profiler	51
1.5.1 Motstånd och lyftkraft. Se även bilaga 15	51
1.5.2 Sammanfattning med exempel och kommentarer	60

Bilagor:

Bilaga 1: Motståndskomponenter för båtar

Bilaga 2: Båtars motståndsökning i sjögång

Bilaga 3: Exempel på motståndsökning av krängning och avdrift

Bilaga 4: Beräknade motståndskomponenter för segelbåt

Bilaga 5: Froudes tal F_{nL} kontra "Speed-Length Ratio" $V/\sqrt{L}$

Bilaga 6: Vissa data för vatten och luft

Bilaga 7: Diagram över Reynolds tal R_n, friktionskoefficient för glatt yta C_F och relativ gränsskiktstjocklek δ/L

(Forts)

Bilaga 8: Beräkning av lokalt friktionsmotstånd

Bilaga 9: Strömningshastighet, dynamiskt tryck och tryckmotstånd i gränsskikt

Bilaga 10: Ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet

Bilaga 11: Kommentarer till motstånd för vingprofiler

Bilaga 12: Motstånd av vingprofiler med avskuren bakkant

Bilaga 13: Motstånd av profiler speciellt utformade för avlösning, kavitation eller ventilation vid bakkanten

Bilaga 14: Bild av dynamiken bakom vingars lyftkraft o. motstånd

Bilaga 15: Lyftkrafts- och motståndsdiagram för vingprofiler

Litteraturförteckning

/1/ Abbott, I H, Doenhoff, A E."Theory of Wing Sections"(1949). New York: McGraw Hill. Efter hand har nya upplagor kommit.

/2/ Hadler, J B."The Prediction of Power Performance on Planing Craft". Trans. SNAME, Vol 74, 1966.

/3/ Hoerner, S F."Fluid Dynamic Drag"(1965). Eget förlag, New York.

/4/ Kirkman, K L, Kloetzli, JW."Scaling Problems of Model Appendages"(1980). 19th ATTC, University of Michigan,Jul 1980.

/5/ van Lammeren, W P A, Troost, L, Koning, J G. "Resistance, Propulsion and Steering of Ships". Ships and Marine Engines, Volume II, 1948. The Technical Publishing Company H. Stam-Haarlem-Holland.

/6/ Larsson, L. "Grundläggande trimningsprinciper. Strömningslära" (1982). Svenska Seglarförbundet.

/7/ Larsson, L, Eliasson, R E. "Principles of Yacht Design"(1994). Adlard Coles Nautical, London. Även senare upplagor.

/8/ Marchaj, C A."Sailing Theory and Practice". Adlard Coles Limited, London 1975 och Aero-Hydrodynamics of sailing, 1979.

/9/ Saunders, H E."Hydrodynamics in Ship Design"(1957). SNAME, New York.

/10/ Schlichting, H."Boundary-Layer Theory". McGraw-Hill Book Company, New York 1968:

/11/ SNAME."Principles of Naval Architecture"(1967). SNAME, New York.

/12/ Savitsky, D." Hydrodynamic Design of Planing Hulls". Marine Technology, Vol 1, 1964.

/13/ 17th International Towing Tank Conference, ITTC84, sept 1984 i Göteborg. Mom 6, s.368, ang bihangsmotstånd.

För återgivande i rapporten av figurer tagna ur några av litteraturförteckningens publikationer har välvilligt beviljats tillstånd av förläggare eller författare, vilket här noteras med tacksamhet. Vid respektive figur framgår källan.

B.H.

I rapporten använda symboler. SI-enheter (1972) tillämpas.

A	en yta. Som index syftande på yta eller luft (Air)
A_B	en profils bakkantsyta
A_1	enkel yta,tex i kordaplanet projicerad yta av vingprofil
A_2	dubbelsidig yta, tex vingprofils dubbla projicerade yta
A_F	frontyta, vänd mot strömriktningen
A_p	projicerad propelleryta
AR	"Aspect Ratio" = det geometriska sidoförhållandet, dvs förhållandet mellan tex en segelbåtsköls höjd (djup) och kölprofilens medelkorda
$(AR)_e$	det effektiva sidoförhållandet
A_W	en båts flytyta
b	en vinges spännvidd, allmänt bredd
B	en båts bredd. Som index syftande på en bakkant. Betecknar även deplacementstyngdpunktens läge
B_{WL}	en båts bredd i vattenlinjen
$\overline{BG}$	avståndet mellan deplacementstyngdpunkten B och viktstyngdpunkten G
$\overline{BM}$	metacentrums M höjd över deplacementstyngdpunkten B. Index T för tvärskepps- rep L för lånskeppsmetacentrum
C_D	motståndskoefficient (D=engelska Drag), som speciellt används i samband med vingprofilers motstånd (jfr C_R)
C_{D_FA}	friktionsmotståndskoefficient, speciellt för vingprofil, relaterad till en yta A
C_{D_IA}	koefficient för interferensmotstånd, relat. till en yta A
C_{D_It}	koefficient för interferensmotstånd, relat. till maximal profiltjocklek t
C_{D_iA}	koefficient för inducerat motstånd, relat. till en yta A
$C_{D_{pB}A_B}$	koefficient för bakkants-tryckmotståndet för en vingprofil med avskuren bakkant, relat. till bakkantsytan A_B
C_{D_pA}	koefficient för ett tryckmotstånd relat. till en yta A
$C_{D_{sp}A}$	koefficient för ett sprutmotstånd relat. till en yta A
C_{D_TA}	koefficient för en vingprofils totalmotstånd relat. till en yta A
$C_{D_{tip}A}$	koefficient för en vingprofils motstånd av fri ända, relat. till en yta A
$C_{D_{tip}c}$	d:o som ovan, men relat. till profilkordan
C_F	friktionskoefficient för plan, glatt yta, bestämd som en funktion av Reynolds tal R_n
$C_{F_{lam}}$, $C_{F_{krit}}$, $C_{F_{turb}}$	betecknar C_F i laminär, kritisk resp turbulent strömning

C_{LA}	lyftkraftkoefficient relat. till en yta A
C_{L2D}	lyftkraftkoefficienten per grad anfallsvinkel för vingprofil (2D betecknar 2-dimensionell vinge)
C_{Lb}	lyftkraftkoefficient relat. till b^2, där b = bredd av ett bärande plan
C_p	tryckkoefficient
C_{pm}	medeltryckskoefficient för ventilerad profil
C_R	motståndskoefficient i allmänhet (Resistance), som tex används i samband med båtars/fartygs motstånd
C_{R_AA}	koefficient för luftmotdtånd relat. till en yta A
C_{R_FA}	friktionsmotståndskoefficient relat. till en yta A
C_{R_pA}	tryckmotståndskoefficient relat. till en yta A
C_{R_RS}	restmotståndskoefficient relat till en yta S
C_{R_TS}	totalmotståndskoefficient relat. till en yta S
C_τ	lokal friktionskoefficient
C_{Vb}	en hastighetskoefficient, använd i ref /12/, relat. till en bredd enligt $V/\sqrt{gb}$
c	en vingprofils korda eller en vågs fortplaningshastighet
c_d, c_l	vingprofils motstånds- resp lyftkraftskoefficient, tillämpade i ref /1/
c_m	en vingprofils medelkorda
c_{R_pA}	tryckmotståndskoefficient inom ett gränsskikt, relat. till en yta A
D	betecknar motstånd (Drag), speciellt för vingprofiler, även som index
D_F	friktionsmotstånd
D_I	interferensmotstånd
D_i	inducerat motstånd
D_p	tryckmotstånd
D_{sp}	sprutmotstånd
D_T	totalmotstånd
D_{tip}	motstånd av en vingprofils fria ända
d	diameter, även djup under vattenytan
F	betecknar som index friktion
F_{nh}	$= V/\sqrt{gh}$, Froudes tal baserat på djup h under vattenytan
F_{nL}	$= V/\sqrt{gL}$, Froudes tal baserat på längden L
$F_{n\nabla}$	$= V/\sqrt{g\nabla^{1/3}}$, Froudes tal baserat på volymsdeplacementet
f(x)	betecknar funktion av x
G	läget för en båts viktstyngdpunkt
GM_L	långskeppsmetacentrums höjd över tyngdpunkten G
GM_T	tvärskeppsmetacentrums höjd över tyngdpunkten G

g	tyngdkraftens acceleration
h	tex en segelbåtköls höjd (djup). Även djup under vattenytan, för vilket även h_w och d förekommer
h_v	ventilationsdjup för tex roderventilation
h_w	djup under vattenytan
I	tröghetsmoment. Betecknar som index interferens
I_{A_WL}	flytytans tröghetsmoment långskepps
I_{M_L}	för en båt, masströghetsmomentet långskepps
ITTC-57	International Towing Tank Conference 1957, där bl a en C_F-ekvation, benämnd ITTC-57, rekommenderades
i	betecknar som index till D, inducerat motstånd
J	energienheten Joule (= Newtonmeter Nm)
k	allmän beteckning för koefficient, även tröghetsradie som förekommer i masströghetsmoment-samband
k_L	tröghetsradie långskepps
k_T	tröghetsradie tvärskepps
k_s	ytråhets kornstorlek
k_{so}	ytråhets kornstorlek, som ej påverkar motståndet
L	längd och lyftkraft
L_m	båts längd i modellskala
L_s	båts längd i full skala
L_{WL}	båts längd i vattenlinjen
$L_{ÖA}$	båts längd över allt
M	läget för metacentrum. Betecknar även massa
m	som index, medelvärde eller modell
N	kraftenheten Newton. Även normalkraft
Pa	tryckenheten Pascal
p	tryck, även som index
p_a	atmosfärstryck
p_o	lokalt statiskt tryck
p_v	vattnets ångbildningstryck (se bilaga 6)
q	$= \frac{1}{2}\varrho V^2$, dynamiskt tryck eller stagnationstryck
q_w	$= \frac{1}{2}\varrho w^2$, dynamiskt tryck i ett gränsskikt
R	allmän beteckning för motstånd (Resistance)
R_A	luftmotstånd
R_F, F_R, R_T	friktions-, rest-, totalmotstånd
R_p	tryckmotstånd
R_{nx}	$= Vx/\nu$, Reynolds tal i allmän form, där x är en längd. Indexvarianter är tex nL och nc, refererande till spec. längd resp korda
r	radie

S	vanlig beteckning för en båts våta yta
s	som index betecknar fartyg/båt i full skala
T	propellertryckkraft och svängningsperiod. Betecknar som index total-. Båtskrovets djupgående
T_C	båtskrovets djup under vattenytan, midskepps, utan köl
T_E	mötandeperiod båt - havsvåg
T_L, T_T	en båts svängningsperiod långskepps resp tvärskepps
t	tjocklek av tex en kölprofil, även sugfaktorn $=(T-R_T)/T$
t_B	bakkantstjocklek för en vingprofil
V	hastighet (även v kan förekomma)
V_E	mötandehastighet båt - havsvåg
w	strömningshastighet i gränsskikt
x	allmänt uttryck för tex en anströmmad längd. x-koordinat
α	anströmningsvinkel mot tex en vingprofil
γ	mötandevinkel båt - havsvåg
δ	gränsskiktstjocklek
δ/x, δ/L	relativ gränsskiktstjocklek, där x resp L är anströmmad längd
δ_L	tjocklek av visköst underskikt
λ	våglängd
ν	kinematisk viskositet (se bilaga 6)
ρ	densitet (se bilaga 6)
σ	kavitationstal
τ	lokal skjuvkraft per ytenhet vid ett mediums strömmande längs en fast yta
τ_c	Burrils belastningsparameter för propellrar
Δ	betecknar en båts massa ("massdeplacement")
∇	betecknar en båts volymsdeplacement
∇_c	undervattensvolymen av ett segelbåtsskrov exklusive köl och roder
ΔC_F	Ytråhetstillägg till C_F

1. GRUNDLÄGGANDE STRÖMNINGSTEKNISKA SAMBAND OCH DEFINITIONER

1.1 Framdrivningsmotståndets sammansättning

./1 Bilaga 1 visar en sammanställning av motståndskomponenter för motordrivna båtar och segelbåtar. Motståndsdelarna har sammanställts i tre huvudgrupper, friktionsmotstånd (R_F), restmotstånd (R_R) och en blandgrupp "tilläggsmotstånd". Denna indelning är, beträffande de två förstnämnda viktigaste motståndsgrupperna, betingad dels av det dominerande inflytandet av olika fysikaliska motståndslagar, dels av hur utvärdering av modellförsök går till enligt speciella modellagar.

Rent fysikaliskt går det inte, kanske med undantag av vissa renodlade laboratorieförsök, att dra helt skarpa gränser mellan de nämnda två motståndsgrupperna och motståndskomponenterna inom dessa då de mer eller mindre påverkar varandra genom inverkan på vätskerörelse och tryckfördelning.

Den tredje motståndsgruppen i bilaga 1 omfattar främst motståndskomponenter som normalt inte ingår i enklare modellförsök. Bedömning av motståndsdelar inom denna grupp kan göras experimentellt genom speciella försök, genom erfarenhetsvärden och i vissa fall genom beräkning.

Principen vid enkla rutinmässiga modellförsök med släpad modell (index m) är att modellens totalmotstånd R_{Tm}, som sammansätts av friktionsmotståndet R_{Fm} och det sk restmotståndet R_{Rm}, uppmäts och R_{Fm} beräknas, varav $R_{Rm} = R_{Tm} - R_{Fm}$ erhålls. R_{Rm} omräknas sedan till full skala (index s) enligt Froudes modellag och R_{Fs} beräknas, varvid totalmotståndet $R_{Ts} = R_{Fs} + R_{Rs}$. Hithörande frågor behandlas mera ingående längre fram. Här följer nu en översiktlig genomgång av de olika motståndskomponenterna.

Friktionsmotståndet genereras i ett vattenskikt närmast skrovytan - gränsskiktet - genom förskjutning och omblandning av vattenpartiklarna där. Genom vattnets inre friktion, som sammanhänger med viskositeten, påverkas båtskrovet av friktionskraftskomponenter som följer strömlinjerna närmast skrovytan och därmed verkar tangentiellt i varje punkt på den våta ytan. Summan av dessa komponenters komposanter i färdriktningen utgör friktionsmotståndet R_F.

Friktionsmotståndet, som för en plan (tvådimensionell) rektangulär "glatt" yta kan definieras som en funktion enbart av strömningshastigheten, den anströmmade ytans längd i strömningsriktningen, den våta ytans storlek och mediets viskositet, påverkas väsentligt av en ytråhet med kornstorlek över vissa gränser. Friktionsmotståndet har även ett visst formberoende (tredimensionella ytor), som gör sig gällande för båtskrov, och som tar sig uttryck i inverkan på vattenpartiklarnas rörelse inom gränsskiktet. För båtskrov varierar också ofta den våta ytans längd med djupet. Då bör en medellängd ansättas som den våta ytans längd. För segelbåtar, speciellt med fenköl, bör friktionsmotståndet beräknas separat för skrov resp köl.

Speciellt för planande båtar förekommer vattensprut mot en del av bottenytan och, beroende av utformning, även mot sidobordläggningen. Detta sprut ger en motståndsökning, ett sprutmotstånd, som främst kan hänföras till friktionsmotståndet, även om där kan finnas en viss inverkan på tryck och vågbildning.

Friktionsmotståndet behandlas mera ingående i pkt 1.3.

Nästa motståndsgrupp, restmotståndet R_R, som är sammansatt av flera, på ett komplicerat sätt samverkande faktorer, kan utan grundvetenskaplig analys beskrivas på följande sätt:
Ett båtskrov med omgivande gränsskikt ger vid framfart, genom förskjutning av vätskemassor i det omgivande vattnet, upphov till en fördelning omkring skrovet av varierande hydromekaniskt tryck, såväl positivt som negativt i relation till det statiska trycket mot skrovet stillaliggande i ostört vatten. Fig 1 visar hur en sådan tryckfördelning kan se ut i princip, t ex för en segelbåt med vattenlinjelängden 8 m vid 6 knops fart (Froudes tal ca 0,35, se pkt 1.2.3). Trycket är positivt vid förskeppet, negativt midskepps och vid akterskeppet återigen positivt men på lägre nivå än vid förskeppet, beroende på strömningsförluster på vägen. Man kan se av skrovlinjernas form att övertrycket vid förskeppet är motståndsökande medan trycket vid akterskeppet minskar motståndet, är "påskjutande", och alltså delvis kompenserar förskeppets tryckmotstånd. Fig 1 visar även schematiskt och överdrivet i tjocklek gränsskiktet runt skrovet.
Tryckfördelningen påverkas av vattnets viskositet och vätskerörelsen inom gränsskiktet. Genom vattnets inre friktion ökar gränsskiktet i tjocklek och blir alltmera virvelfyllt utefter den an-

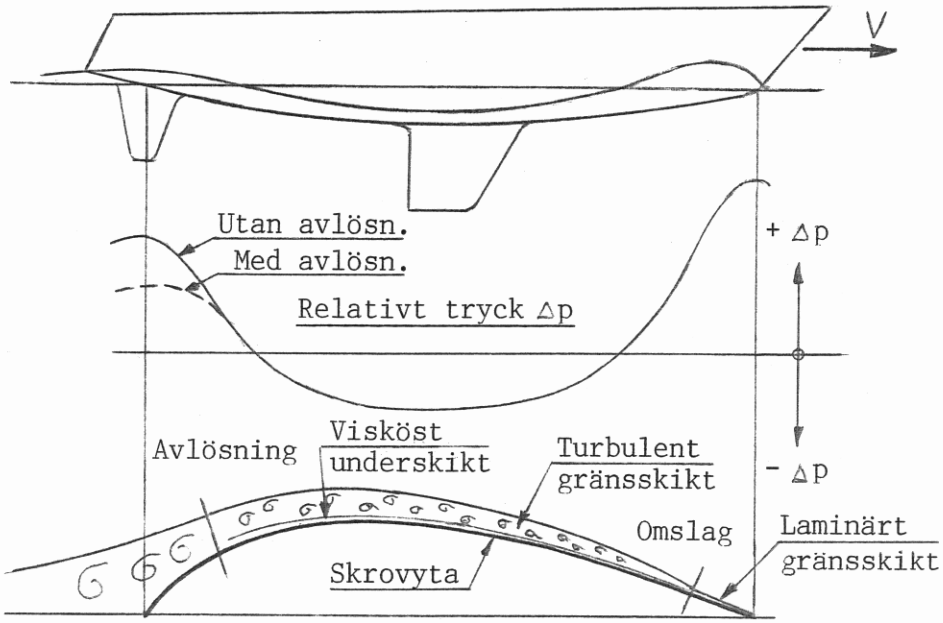


Fig 1. Principexempel på strömning och tryckfördelning kring ett segelbåtsskrov

strömmade ytan. Detta kan leda till virvelavlösning och därmed trycksänkning vid akterskeppet, vilket är speciellt vanligt på spetsgattade och rundgattade deplacementbåtar, dit flertalet segelbåtar hör. I detta fall betyder avlösningen minskat framdrivande tryck och därmed ökat motstånd relativt strömning med utebliven avlösning.

För viskositetens bidrag enligt ovan till tryckfördelningen förekommer benämningen "visköst tryckmotstånd".

Tryckfördelningen genererar i gränsområdet mellan vatten och luft ett vågsystem som i sin tur påverkar tryckfördelningen med både hydrodynamiska och hydrostatiska komponenter. Den slutgiltiga tryckfördelningen, när alla på båten verkande krafter kommit i jämvikt (fortvarighetstillstånd har nåtts), verkar på skrovet med kraftkomponenter riktade vinkelrätt mot varje punkt på den våta ytan. Summan av dessa komponenters komposanter i färdriktningen utgör ett tryckmotstånd.

Genom att vågbildningen kräver energi som framdrivningssystemet måste kunna producera kan man säga att vågbildningen sammanhänger med ett vågbildningsmotstånd som svarar mot tryckmotståndet. Precis när vågsystemen lämnar skrovytan har de kvar sin energi, som sedan småningom avklingar pga vattnets och luftens energiupp-

tagande dämpning. Energin är proportinell mot våghöjden i kvadrat.

Utefter skrovets längd sker överlagring av/interferens mellan flera från skrovet utgående vågsystem på olika sätt vid varierande fart. Detta kan ge förstärkta respektive delvis neutraliserade vågor. Sålunda förändrade vågor intill båtskrovet kan påverka motståndet genom förändrad tryckfördelning, men neutralisering av vågenergi tex i en båts kölvatten kan naturligtvis inte påverka framdrivningsmotståndet.

Speciellt i början av bogvågsystemet kan vågorna bli så branta att de bryter. I detta sammanhang förekommer den diskutabla termen vågbrytningsmotstånd. När vågen bryter sker en momentan reduktion av den vågenergi som redan övergått från framdrivningssystemet till vågen. Denna vågens energiförlust kan i sig inte längre påverka båtens motstånd, men sekundärt kan motståndet dock i viss mån påverkas genom att vågbrytningen ger upphov till strömningsfält intill skrovytan, vilka påverkar tryckfödelningen. Å andra sidan, om förskeppet kan ändras så att bogvågen blir lägre och vågbrytning ej sker, har energiöverföringen till bogvågen minskat, relativt sett, med lägre vågbildningsmotstånd som följd.

Båtskrovets utformning inverkar i hög grad på tryckmotståndet/vågbildningsmotståndet. Man kan sålunda i detta sammanhang tala om ett formmotstånd inom restmotståndsdelen av totalmotståndet.

Planande båtar utsätts för ett inducerat motstånd, som är "priset för lyftkraften". Dessa krafter uppstår genom hydrodynamiskt tryck mot den i sammanhanget verksamma bottenytan, som möter ytvattnet med en viss anfallsvinkel. Tryckresultantens vertikalkomposant utgör lyftkraften och komposanten i färdriktningen utgör det inducerade motståndet. Därtill adderas friktionens kraftkomposanter.

De ovan behandlade tangentialkrafternas (friktionen) och normalkrafternas (trycket) komposanter i färdriktningen bygger alltså upp det totala släpmotståndet R_T. De horisontella komposanterna riktade tvärs färdriktningen utbalanseras vid gång rakt fram i lugnt vatten givetvis av båtens symmetri. De vertikala komposanterna påverkar båtens flytläge och tar sig uttryck i höjning, sänkning, trimändring, som i sin tur påverkar motståndet. Detta har speciell betydelse för planande och halvplanande båtar.

Den tredje motståndsgruppen i bil 1,"tilläggsmotstånd", kan analyseras på följande sätt.

Bihangsmotstånd: Speciellt propellerdrivna motorbåtars arrangemang av propeller och roder består i allmänhet av flera förhållandevis små motståndsframkallande ytor och profiler, kring vilka typen av strömning är starkt beroende av respektive dels absoluta storlek och den verkliga anströmningshastigheten. Därför ger vanliga släpförsök med modeller försedda med bihang av nämnt slag en osäker utdelning, i synnerhet om modellen är relativt liten. I stället kan man man göra detaljberäkning av motståndet för olika delar av bihangsarrangemanget eller också räcker det i många fall med erfarenhetsmässiga motståndstillägg. T ex för en motorbåt i mellanfartsregistret med konventionellt enpropellerarrangemang kan det röra sig om ett motståndstillägg mellan 5 och 10%.

Inverkan av sugfaktor vid propellerdrift: När en båt drivs fram med aktermonterad propeller sker, relativt samma båt bogserad, en tryckminskning och ökad strömningshastighet i ett område framför propellern. Detta förorsakar en viss motståndsökning dels genom sugverkan på akterskeppet, dels även i någon mån genom ökat friktionsmotstånd, beroende på ökad strömningshastighet. Propellern måste alltså ge en större tryckkraft än vad som motsvarar släpmotståndet. Den i sammanhanget aktuella sugfaktorn, som definieras $t = (T-R_T)/T$, där T = propellertryckkraften och R_T= det totala släpmotståndet, kan modellförsöksvägen tas fram genom släpförsök (R_T) och försök med självdriven modell (T). Då sådana försök är mycket kostsamma använder man sig i småbåtssammanhang i allmänhet av erfarenhetsvärden, som kan vara sammanställda som funktion av olika parametrar. T ex för halvplanande båtar kan t vara av storleken 0,08 - nära 0 inom det relativa fartområdet (pkt 1.2.3) Froudes tal F_{nL}= 0,5 - 1,2. För relativt långsamma "deplacementbåtar", F_{nL}= 0,2 - 0,3, kan t omkring 0,2 förekomma.

Luftmotståndet för en båts övervattensdel kan bedömas med hjälp av en erfarenhetsmässig motståndskoefficient, relativa lufthastigheten och, tex för vind rakt förifrån, övervattenskroppens frontyta. Motståndskoefficienten, som experimentellt kan tas fram genom prov i vindtunnel, kan vara av storleksordningen 0,5 för båtar med aerodynamiskt väl utformad övervattenskropp och kanske uppemot 1,0 om ringa hänsyn tagits till luftmotståndet.

(Anm: Beträffande innebörden av termen motståndskoefficient hänvisas till mom 1.2).

Motståndsökningen för en båt kan vara avsevärd i stark vind i kombination med sjögång, vilket är en faktor att ta i beaktande vid propellerberäkning. För en motorbåt, som skall kunna gå lång tid tämligen oberoende av vädret och för en segelbåt, som skall kunna ta till motordrift i extrema situationer, måste risken för överbelastning av framdrivningsmaskineriet beaktas.

Motståndsökning i sjögång sammanhänger med de rörelser och den vattenkontakt utöver det vanliga i lugnt vatten, som en båt påtvingas genom omgivande vågor. Rörelserna kan ske i alla sex frihetsgrader, dvs tre translatoriska eller lineära rörelser och tre rotations- eller vridningsrörelser.

De lineära rörelserna är:

a) Långskeppsrörelser (x-led), som är överlagrade båtens framfart. Svensk term torde saknas. Engelsk term är surging.
b) Tvärskeppsrörelser (y-led). Svensk term torde saknas. Engelsk term: swaying,
c) Vertikala rörelser (z-led). Svensk term: hävning, sättning. Engelsk term: heaving.

Vridningsrörelserna är:

d) Rullning kring en långskeppsaxel. Eng: rolling.
e) Stampning kring en tvärskeppsaxel. Eng: pitching.
f) Slingring kring en vertikal axel. Eng: yawing.

Motståndsökningen i sjögång, som översiktligt kan sägas uppstå främst genom den extra vågbildning som genereras av båtens rörelse relativt havsvågorna, accentueras speciellt vid gång mot eller snett mot vågorna och domineras då av stampningsrörelser, även om tex rullningsrörelser har viss betydelse i sammanhanget.

Motståndsökningen vid stampning är främst beroende av mötandeperioden båt - våg (eller med andra ord tiden mellan båtens möte med vågtoppar) i relation till båtens egen naturliga stampningsperiod. En markant motståndsökning sker vid resonans mellan mötandeperioden och stampningsperioden.

I detta sammanhang kan poängteras för segelbåtar att riggen har

betydande inflytande på svängningsperioderna långskepps och tvärskepps. Vindkrafterna på seglen påverkar naturligtvis såväl stampnings- som i synnerhet rullningsrörelserna. En segelbåts rullning dämpas också av kölen som då, genom de pendlande rörelserna, även genererar ett inducerat motstånd. Se för övrigt nedan beträffande inducerat motstånd, så även sida 6.

Perioder enligt ovan brukar betecknas med T och anges i sekunder. I litteratur förekommer även i hithörande sammanhang termen frekvens f, tex mötandefrekvens och stampningsfrekvens, som alltså är inverterad period: f = 1/T svängningar/s eller Hz (Hertz).

Beräkning av stampningsperioden och mötandeperioden samt även
./2 rullningsperioden redovisas i bilaga 2. Där visas även bl.a. ett diagram över sambandet mellan en båts mötandeperiod och båtens fart vid varierande våglängd, i vilket man kan avläsa villkoren för resonans mellan båt och våg. I bilagan presenteras även ett genomräknat exempel för en 12 m lång och ca 8 ton tung segelbåt vad avser möjligheterna att påverka stampningsperioden genom förflyttning av tunga komponenter i arrangemaget.

Utvärdering av motståndsökning i vågor kan göras genom modellförsök, vilket förekommer i samband med fartygsprojekt, eller genom beräkning i avancerade datorprogram.

Motståndsökning pga krängning, gällande segelbåt, är i praktiken hopkopplad med ett inducerat motstånd genom avdrift, där kölen
./3 spelar en dominerande roll. Bilaga 3 belyser detta genom två diagram mad data enligt /8/*. Motståndsökning enbart genom krängning uppstår genom undervattenskroppens ändrade form.

Kölens inducerade motstånd kan beskrivas som det motståndstillskott i färdriktningen som uppstår när kölen snedanströmmas genom avdrift. Motståndsökningen kan sägas vara priset för den önskade tvärkraft som skall reducera avdriften. Från kölens trycksida (båtens läsida) sker en överströmning vid kölens underkant mot sugsidan med genererad virvelbildning och energiförlust som följd, samtidigt som tryckfördelningen runt kölen påverkas på ett ogynnsamt sätt. Detta resulterar i att tryckkrafternas tvärskeppskomposant (kölens "lyftkraft i sidled") minskar samtidigt som motståndskomposanten ökar, dvs kölens "glidtal" - förhållandet mel-

*) // betyder hänvisning till litteraturförteckningen

lan tvärkraft och motstånd - minskar. Allt detta är ställt i relation till en teoretiskt tänkt köl utan nämnda energi- och tryckförluster.

Kölens inducerade motstånd är proportionellt mot tvärkraften i kvadrat och omvänt proportionellt mot kölens sidoförhållande eller "Aspect Ratio" (AR), dvs förhållandet mellan kölens djup, räknat från anslutningen till båtskrovet, och kölens medellängd (medelkorda). Härav framgår fördelen, vad gäller motstånd och avdrift, med en kort och djup köl, som även har en förhållandevis liten friktionsyta. Dock ökar för korta kölar risken för att strömningen avlöser på kölens sugsida (båtens lovartsida) vid låg fart med stor sidokraftminskning som följd (kölprofilen överstegras). Motstånd av vingprofiler behandlas under pkt 1.4.

Motsvarande inducerat motstånd uppstår vid ett fristående roder, och ett roder i direkt anslutning till en köl är delaktigt i kölens inducerade motstånd. Även genom själva skrovets avdrift uppstår ett särskilt inducerat motstånd.

En annan motståndsdel, ett interferensmotstånd, uppstår på en segelbåt vid kölinfästningen, där gränsskikten från skrov och köl förenas. Ju större kölens tjockleksförhållande t/c (tjocklek/korda) och absoluta tjocklek är, desto större, relativt sett, är interferensmotståndet. En konkav rundning mellan köl och skrov minskar detta motstånd. Detta behandlas under pkt 1.4.1.4.

Motståndskomponenter av rigg och segel är dels direkt luftmotstånd, dels seglens inducerade motstånd, som är förlustkomposanten av vindkraften på seglen i analogi med förhållandet vid kölen enligt ovan.

./4 Som avslutning till denna pkt 1.1 visas i Bilaga 4, med ett genomräknat exempel, vilket inbördes storleksförhållande de viktigaste motståndsgrupperna kan ha. Exemplet gäller en 12 m segelyacht på kryssbog. Exemplets data är publcerade i ref /7/.

1.2 Specifika strömningstekniska koefficienter och lagar

I många tekniska sammanhang, tex vid beräkningar inom hydro- och aerodynamik, där det kan vara fråga om tryck eller friktion på en yta eller motstånd i relation till fart och båtdimensioner, är det praktiskt att arbeta med dimensionslösa koefficienter som, oberoende av absoluta värden, representerar respektive kraft, tryck, hastighet e dyl.

Vid tillämpning av koefficienter av detta slag, tillgängliga i teknisk litteratur, kan det uppstå oklarheter om vad koefficienterna refererar till. För att undvika missförstånd har här som förslag till tillämpning införts en särskild indexering med definierande betydelse. Principen framgår av nedanstående exempel.

1.2.1 Kraftkoefficienter

Hithörande krafter är tex båtars motståndskomponenter, lyftkraften mot en planande båts botten, vingars lyftkraft, kölars sidokraft. Sådana krafter gör man allmänt dimensionslösa genom att relatera dem till det sk dynamiska trycket eller stagnationstrycket

$$q = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[\frac{kg}{m^3}\cdot\frac{m^2}{s^2} = \frac{N}{m^2} = Pa\right]$$

ρ = mediets densitet $|kg/m^3|$
V = hastigheten $|m/s|$

verkande på en karakteristisk yta, tex en båts våta yta S m^2.

Sålunda definieras tex restmotståndet R_R för en båt genom restmotståndskoefficienten

$$C_{R_R S} = \frac{R_R}{\tfrac{1}{2}\rho V^2 S}$$

Indexeringen för C visar entydigt att den aktuella kraften är R_R och att den aktuella ytan är den våta ytan S.

Koefficienten för en båts luftmotstånd R_A kan betecknas:

$$C_{R_A A_F} = \frac{R_A}{\tfrac{1}{2}\rho V^2 A_F}$$

A_F = båtens frontyta ovan vattenlinjen.

Koefficienten för en vinges lyftkraft L:

$$C_{LA_1} = \frac{L}{\tfrac{1}{2}\rho V^2 A_1}$$

A_1 = projicerad yta i kordaplanet. I det följande används även bet. A_2 för dubbla projicerade ytan.

För en planande båt förändras längden av den våta, bärande bottenytan, med fart och trimvinkel. Då förekommer följande uttryck för lyftkraften L

$$C_{Lb} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 b^2}$$ b = konstant bredd av det våta bottenplanet

Varför använder man $\frac{1}{2}\rho V^2$ i dessa sammanhang?

Rörelseenergin hos en kropp, vätska eller gas med massan M[kg] och hastigheten V[m/s] är

$E = \frac{1}{2} \cdot M \cdot V^2 [kg\ m^2/s^2 = Nm = J]$

För volymen ∇ strömmande vatten (eller luft) är massan $M = \rho \cdot \nabla [kg]$ varmed rörelseenergin

$E = \frac{1}{2}\rho \cdot \nabla \cdot V^2$ och energin per volymsenhet är

$E/\nabla = \frac{1}{2}\rho V^2 [N/m^2 = Pa]$ alltså jämförbart med ett tryck.

Om vätskemassan plötsligt skall bromsas upp krävs en uppbromsningskraft = tryck gånger yta (A), dvs $\frac{1}{2}\rho V^2 A$ eller det dynamiska trycket (stagnationstrycket) q gånger ytan.

Det dynamiska trycket återfinns i Bernoullis sats, som för strömning i en trumma med varierande sektion (index 1 resp 2), ger sambandet mellan tryck p och strömningshastighet V:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho V_2^2 \ ; \quad p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho(V_2^2 - V_1^2)$$

Det förefaller alltså logiskt i ovanstående uttryck för kraftkoefficienter att respektive motstånd av tryckkaraktär (jfr pkt 1.1 och Bil 1) relateras till det dynamiska trycket, också om t ex vågbildningsmotståndet ingalunda generellt är knutet till V^2. Mindre logiskt kan det förefalla att tryckkrafter, som verkar vinkelrätt mot ytelementen på t ex en båts våta yta och vilkas motståndskomposanter i färdriktningen är starkt beroende av ytans 3-dimensionella form, relateras till ytans storlek. Men någon lättdefinierbar referensyta måste man ha för att trycket skall ge en kraft. (För friktionsmotståndet synes nämnda yta mera naturlig). De antydda "oegentligheterna" rättas emellertid till genom att t ex restmotståndskoefficienten för en serie systematiska modellförsök med båtar redovisas som funktion av dels hastigheten (vanligen som det dimensionslösa Froudes tal, se nedan), dels val-

da formparametrar för båtskrovet.

Den stora fördelen med dimensionslösa kraftkoefficienter av olika karaktär enl ovan är att de med oförändrat värde kan tillämpas direkt på tex likformiga men olika stora båtar - mest aktuellt vid modellförsök - och att tex restmotståndskoefficienter från systematiska modellförsök lätt kan utnyttjas vid motståndsberäkning. Respektive krafts absolutvärde, exempelvis igen restmotståndet $R_R = C_{R_R} \cdot \frac{1}{2}\varrho V^2 S$, kommer fram dels genom att referensytan (S) förändras med skalan, dels genom att de jämförbara farterna, vid vilka respektive koefficient gäller ("korresponderande farter"), följer Froudes modellag, dvs att farterna för modell (index m) och fartyg (index s) förhåller sig som kvadratroten ur skalan, alltså:

$$V_m/V_s = \sqrt{L_m/L_s} \quad \text{(Se för övrigt pkt 1.2.3)}$$

Friktionsmotståndet, som består av tangentiella krafter, lyder emellertid inte Froudes lag, utan i stället Reynolds lag (se pkt 1.2.3 s. 18 och pkt 1.3). Enligt denna lag är friktionsmotståndskoefficientens medelvärde C_F för en yta med längden L i strömningsriktningen en funktion av Reynolds tal $R_n = VL/\nu$, där V är strömningshastigheten |m/s| och ν är mediets kinematiska viskositet $|m^2/s|$: Matematiskt uttryckt $C_F = f(R_n)$

Likafullt relaterar man av praktiska skäl friktionsmotståndet R_F, som inte är av tryckkaraktär, till det dynamiska trycket, verkande på en aktuell yta, i fallet båt till den våta ytan S. Alltså:

$$C_{R_F S} = \frac{R_F}{\frac{1}{2}\varrho V^2 S} \quad \text{och} \quad R_F = C_{R_F S} \cdot \frac{1}{2}\varrho V^2 S$$

Därmed kan totalmotståndet R_T för en båt uttryckas genom en totalmotståndskoefficient, som är en funktion av de båda helt olika lagarna, styrda av Froudes respektive Reynolds tal:

$$C_{R_T S} = C_{R_F S} + C_{R_R S} = \frac{R_T}{\frac{1}{2}\varrho V^2 S} = f(F_{nL}, R_n) \quad |\text{Funktion av } F_{nL} \text{ o. } R_n|$$

Genom att friktionsmotståndet ingår häri är koefficienten $C_{R_T S}$ bunden till skalan, varför friktionsdelen strängt taget måste räknas ut i varje särskilt fall med hjälp av R_n om man tex frångår den storlek av båt (skala) som angivet $C_{R_T S}$ gäller.

Hur funktionen $C_F = f(R_n)$ för en glatt yta varierar i olika strömningstillstånd med R_n som enda variabel, har genom tiderna formu-

lerats av forskare på varierande sätt. Vilka samband som numera dominerar visas under pkt 1.3, s.19.

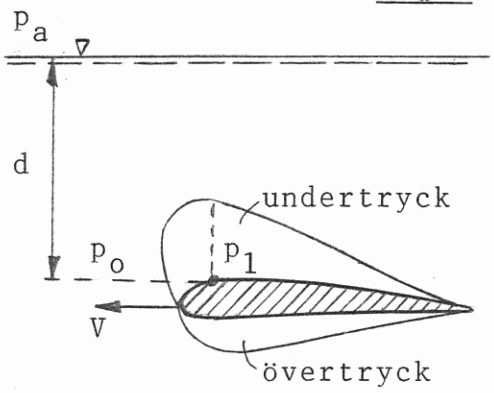
Friktionsmotståndskoefficienten, som här betecknats C_{R_FS} enligt den inledningsvis i pkt 1.2 presenterade indexprincipen, får representera friktionsmotståndet för ett aktuellt objekt, där kanske korrigering för formberoende och ytråhet kan ingå. Den rena "plattfriktionen", som enligt ovan är en funktion av Reynolds tal och som gäller en "hydrauliskt slät" (eng. "hydraulically smooth") yta, representeras i litteraturen generellt av C_F eller C_f och benämns i regel friktionskoefficient. Med ovanstående betydelsenyans för C_{R_FS} kan det vara konsekvent att här tala om friktionsmotståndskoefficient i analogi med t ex C_{R_RS} som varande restmotståndskoefficient. Mera om C_F under pkt 1.3, s.19.

1.2.2 Tryckkoefficienter

I likhet med vad gäller kraftkoefficienter enl ovan bildar man en dimensionslös tryckkoefficient genom att relatera en tryckdifferens till ett dynamiskt tryck.

Figuren nedan föreställer en sektion av ett bärplan vid framfart med hastigheten V. På djupet d under vattenytan betraktas en punkt.

Fig 2



Tryckkoefficienten

$$C_p = \frac{p_1 - p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \frac{\text{Tryckdifferens}}{\text{Dynamiskt tryck}}$$

p_o betecknas även p_∞

p_1 = lokalt tryck vid en punkt på bärplansytan på djupet d under vattenytan |Pa|

p_o = lokalt statiskt tryck vid djupet d, dvs $p_o = p_a + d \cdot \rho \cdot g$ där

p_a = atmosfärstrycket |Pa|

ρ = vattnets densitet $|kg/m^3|$, g = tyngdkraftens acc. $|m/s^2|$

Kavitationstalet σ är en variant av tryckkoefficienten.

$$\sigma = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V^2}$$

p_v = vattnets ångbildningstryck

p_o enligt ovan

Kavitationstalet är en viktig faktor bl a vid propellerberäkning,

som dock ej kommer att behandlas här.

I propellersammanhang har det lokala kavitationstalet speciell betydelse. V är då en beräknad lokal hastighet för en viss del av propellerbladet, vanligen vid radien 0,7R.

Kavitationsgränser för propellrar kan åskådliggöras i diagram som viss relation mellan kavitationstalet och en propellerbelastningsparameter, som enligt upphovsmannen Burril ges formen

$$\tau_c = \frac{T/A_p}{\frac{1}{2}\rho V_{0,7}^2}$$

A_p = projiserad propelleryta

$V_{0,7}$ är den lokala strömningshastigheten vid radien 0,7R

T = propellertryckkraften

Man ser här att τ_c helt enkelt är en tryckkraftskoefficient och kunde som sådan betecknas $C_{TA_p} = T/(\frac{1}{2}\rho V_{0,7}^2 \cdot A_p)$.

1.2.3 Hastighetscoefficienter

Restmotståndsdelen R_R av en båts totalmotstånd (Bil 1), som sammanhänger med dynamiskt tryck och vågbildning, relateras allmänt till någon form av hastighetskoefficient som i princip bygger på William Froudes modellag från 1868, tidigare nämnd på sidan 13.

Froudes lag baseras på upptäckten att likformig vågbildning i relation till skrovets vattenlinjelängd för likformiga skrov för modell och faryg sker vid hastigheter som förhåller sig till varandra som kvadratroten ur förhållandet mellan vattenlinjelängderna, eller med andra ord som kvadratroten ur skalan. Med index m för modell och index s för fartyg gäller alltså för likformig vågbildning och jämförbara vågbildningsmotstånd $V_m/V_s = \sqrt{L_m/L_s}$.

Därvid förhåller sig motstånden till varandra som tredjepotensen av förhållandet mellan vattenlinjelängderna eller som förhållandet mellan volymsdeplacementen dvs $R_{R_s}/R_{R_m} = (L_s/L_m)^3 = \nabla_s/\nabla_m$. *)

För nämnda analogier talar man om korresponderande farter för modell och fartyg. Mera härom i samband med modellförsöksteknik i rapporten "Hydrodynamiska samband och principer", Del III,(2008).

För sk deplacerande båtar och halvplanande båtar, speciellt i ett lägre fartområde, för vilka vattenlinjelängden förändras endast marginellt med farten, tillämpas allmänt Froudes tal baserat på

*) Anm: Detta gäller om man bortser från vattendensiteterna ρ_m och ρ_s.
Annars gäller $R_{Rs}/R_{Rm} = (\nabla_s \cdot \rho_s)/(\nabla_m \cdot \rho_m) = \Delta_s/\Delta_m$

vattenlinjelängden L_{WL}. Beroende på undervattenskroppens form kan, t ex för segelbåtar, tillämpas en medellängd, exempelvis $0,7L_{WL}$.

$$F_{nL} = \frac{V}{\sqrt{gL_{WL}}} \qquad \begin{matrix} V\ m/s \\ L\ m \\ g\ m/s^2 \end{matrix}$$

Vid samma F_{nL} är alltså vågmönstret relativt vattenlinjen densamma för fartyg och modell och olika utformade fartyg kan värderas mot varandra vad gäller vågbildningsmotståndet. Genom denna speciella betydelse kan man beteckna Froudes tal som till vattenlinjen knuten "relativ fart".

Hur kan man härleda denna modellag? Resonemangsvis enl följande:

När en båt/ett fartyg går fram genom vattenytan bildas vid varje konstant fart ett specifikt vågmönster som är "fixerat" till skrovet och som alltså rör sig med samma hastighet som båten/fartyget. Vågbildningsmotståndet sammanhänger med vågmönstret relativt båten och relationen mellan en dominerande våglängd och båtens vattenlinjelängd är avgörande för vågbildningsmotståndet.

För vågens fortplantningshastighet gäller något idealiserat

(1) $c = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$ = båtens fart V $\qquad \lambda$ = våglängden, g = tyngdkraftens acceleration

(2) $\lambda = \frac{2\pi c^2}{g} = \frac{2\pi V^2}{g}$

Relatera våglängden λ till båtens vattenlinjelängd L_{WL}

(3) $\frac{\lambda}{L_{WL}} = \frac{2\pi V^2}{g\, L_{WL}}$

För t ex modell (index m) och fartyg (index s) skall vid jämförbara farter förhållandena enligt (3) vara lika, alltså

$$\frac{\lambda_m}{L_{WLm}} = \frac{2\pi V_m^2}{gL_{WLm}} = \frac{2\pi V_s^2}{gL_{WLs}} = \frac{\lambda_s}{L_{WLs}}$$, vilket kan omformas till

(4) $\frac{V_m}{\sqrt{gL_{WLm}}} = \frac{V_s}{\sqrt{gL_{WLs}}}$ och $F_{nL} = \frac{V}{\sqrt{gL_{WL}}}$ Froudes tal

Enligt (3) gäller även $\lambda = 2\pi \cdot F_{nL}^2 \cdot L_{WL}$, varmed F_{nL} också är

(5) $F_{nL} = \sqrt{\frac{\lambda / L_{WL}}{2\pi}}$ Detta uttryck visar att varje "relativ fart", representerad av F_{nL}, kännetecknas av ett bestämt förhållande

mellan våglängden och båtens vattenlinjelängd, ökande med ökande fart. Här är det fråga om våglängd och våghastighet i båtens färdriktning.

I vissa fall har man föredragit att använda en variant av Froudes tal, baserad på volymsdeplacementat. Detta är speciellt motiverat för snabba halvplanande och planande båtar, för vilka den våta längden varierar med farten.

$$F_{n\nabla} = \frac{V}{\sqrt{g\,\nabla^{1/3}}}$$ Detta kan också skrivas

$$F_{n\nabla} = \frac{V}{\sqrt{g\,\frac{L}{L/\nabla^{1/3}}}} = F_{nL}\sqrt{\frac{L}{\nabla^{1/3}}}$$, där $L/\nabla^{1/3}$ = slankhetstalet, en viktig parameter i motståndssammanhang

För planande båtar, där den vid fart planande bottendelen är prismatisk, tillämpas i /12/, Savitskys beräkningsmetod en hastighetskoefficient baserad på den planande ytans bredd b mellan slaglinjerna: c_v, som här kompletterats till C_{Vb}

$$C_{Vb} = \frac{V}{\sqrt{g \cdot b}}$$ Detta är också en variant av Froudes lag.

Vid varierande slagbredd kan man approximativt räkna med en medelbredd inom det aktuella området.

Froudes lag har förutom betydelse vid utvärdering av modellförsök och motståndsberäkningar i övrigt, även grundläggande betydelse för anpassning av ett båtskrovs utformning till det avsedda fartområdet. Detta avses beröras närmare inom planerad senare studie.

Froudes tal i ovan visade former är dimensionslöst om det som numera i flertalet länder baseras på metriska enheter. Det blir naturligtvis även dimensionslöst vid konsekvent och logisk användning av andra enheter, t ex V ft/s, L ft, ∇ ft^3, g ft/s^2. Men det är knappast fallet. I stället används fortfarande det icke dimensionslösa "speed-length ratio" $V/\sqrt{L}$, där V kan anges i knop (1852 m/h), i knots (6080 ft/h = 1853 m/h!) och i m/s. L kan anges i ft och m. Man kan önska sig att småningom slippa dessa varianter i synnerhet som det inte alltid lättillgängligt framgår

./5 vilka enheter som tillämpats. Bilaga 5 underlättar omräkning.

1.2.4 Exempel på tillämpning av dimensionslösa koefficienter vid motståndsberäkning för fartyg/båtar.

Ovan redovisade "hastighetskoefficienter" med anknytning till Froudes tal ($F_{nL} = V/\sqrt{gL}$) hör samman med beräkning av restmotståndet R_R, representerat av en "kraftkoefficient", i detta fall restmotståndskoefficienten C_{R_RS}, där index S syftar på den våta ytan. Här gäller som exempel funktionssambandet:

$$C_{R_RS} = \frac{R_R}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = f(F_{nL}, \text{Formkoeff}), \qquad R_R = C_{R_RS} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 S$$

Som underlag för beräkning av R_R vid varierande hastighet kan bl.a. utnyttjas diagram eller tabeller från systematiska modellförsök, där tex C_{R_R} presenteras som funktion av Froudes tal och olika formkoefficienter som variabla parametrar, såsom slankhetstalet $L/\nabla^{1/3}$, längd-bredd-förhållandet (L/B), bredd-djup-förhållandet (B/T) etc.

Den andra stora motståndsdelen, friktionsmotståndet R_F, representerat av kraftkoefficienten C_{R_FS}, är som redan berörts i pkt 1.2.1, s.13, en funktion av en annan hastighetskoefficient än vad gäller restmotståndet, nämligen Reynolds´tal R_n, som Osborne Reynolds introducerade 1883:

$$R_n = \frac{V \cdot L}{\nu}$$

V = strömningshastighet i m/s
L = anströmmad längd i m
ν = mediets kinematiska viskositet i m^2/s

På sidan 14 redovisas som förslag en viss nomenklaturskillnad mellan friktionskoefficienten C_F, som gäller en plan och "hydrodynamiskt slät yta", och friktionsmotståndskoefficienten C_{R_FS}, som tex gäller för en båt, där vissa korrektioner kan ingå, såsom för ytans tredimensionella utformning och ytbeskaffenhet.

För friktionskoefficienten, som för varje strömningstyp (mom 1.3, s.19) representerar lägsta möjliga friktionsmotstånd (utan eventuella friktionsnedsättande specialarrangemang) gäller funktionen nedan, där index o införts för att markera skillnaden gentemot efterföljande C_{R_FS} och R_F:

$$C_{F_o} = \frac{R_{F_o}}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = f(R_n, \text{strömningstyp})$$

Här ingår R_n som enda variabel i ekvationer anpassade till aktuella strömningstyper, beskrivna i följande mom 1.3.

Anm: I ovanstående "ekvation" med föregående text är det fråga om särskiljande nomenklatur. Naturligtvis är även C_{F_o} en motståndskoefficient som refererar till ytan S, i detta fall i en idealiserad strömningssituation.

För båten enligt ovan gäller för friktionsmotståndskoefficienten:

$$C_{R_F S} = \frac{R_F}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = f(R_n \text{ i } C_F\text{-ekvation med korrektioner})$$

I funktionen ingår korrektioner dels för forminflytande på friktionsmotståndet, dels eventuell ytråhetspåverkan.
Mer detaljer härom ges i skriften "Hydrodynamiska samband och principer", Del III: Modellförsöksteknik och motståndsanalys".

I likhet med vad gäller Froudes tal är det lämpligt att till Reynolds tal foga en indexbeteckning som visar vilken anströmmad längd som är aktuell i ett visst fall, exempelvis:

R_{nL} syftar på vattenlinjen
R_{nc} syftar på en segelbåtsköls korda
R_{nd} syftar på en cylinders diameter

1.3 Strömningstyper och motståndssamband

Av väsentlig betydelse för beräkning av hydrodynamiskt friktionsmotstånd är vilken strömningstyp som förekommer i varje särskilt fall och därmed vilken beräkningsmetod som skall tillämpas.

Som tidigare framgått uppstår friktionsmotståndet i gränsskiktet närmast en anströmmad yta genom det strömmande mediets viskositet, och friktionskoefficienten C_F för en plan, glatt yta är en funktion av Reynolds tal R_n som enda variabel i resp. ekvation (s.20-21).

$$C_F = f(R_n), \text{ där } R_n = \frac{V \cdot L}{\nu}$$

$$= R_F/(\tfrac{1}{2}\rho V^2 S)$$

R_F = friktionsmotståndet $|N|$
ν = kinematisk viskositet $|m^2/s|$
V = strömningshastighet $|m/s|$
L = anströmmad längd $|m|$
S = totalt anströmmad yta $|m^2|$

Här bör observeras att för den aktuella ytans utsträckning i strömningsriktningen är C_F ett medelvärde som ändras med fart och/eller längd (dvs med R_n) samt med strömningstyp.

Denna C_F:s variation inom de olika strömningstyperna visas i fig 3, där utgångsmaterialet, taget ur /3/, är kurvorna enl Blasius (1904) för laminär strömning och enl Schoenherr (ca 1930) för turbulent strömning, verifierade med ett stort antal försökspunkter. Mellan dessa C_F-kurvor ligger ett övergångsområde i vilket även ett antal försökspunkter är inritade.

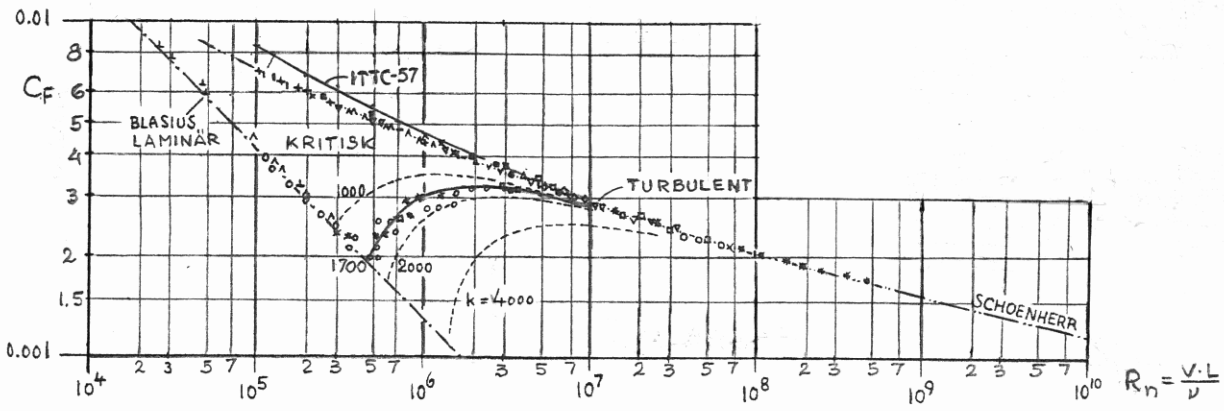


Fig 3. $C_F = f(R_n)$ för olika typer av strömning

Strikt gäller ovannämnda kurvor en plan, sk "friktionsplatta" med två glatta ytor, men tillämpas allmänt med viss modifiering, bl.a. enligt ITTC-57 (s.21) på båtskrov med god approximation.

Den laminära strömningen, även kallad underkritisk eller subkritisk, är av lugn och regelbunden karaktär, kännetecknad av i stort sett parallellförskjutning mellan olika skikt av vattenpartiklar inom gränsskiktet. Denna strömningstyp ger ett betydligt lägre

friktionsmotstånd än turbulent strömning, men förekommer i praktiken för båtskrov endast inom en liten del av den våta ytan, i mycket gynnsamma fall kanske fram till $R_n \approx 10^6$. T ex vid en glatt båtbog med raka vattenlinjer, som är gynnsamma i detta fall, kan det laminära området vid 5 knop och lugnt vatten ha en längdutsträckning upp till 0,3 á 0,4 m. Vid ökande fart minskar området. Det laminära området förbises i allmänhet vid beräkning av båtars friktionsmotstånd. För kölar kan laminär strömning ha betydelse och de möjligheter som där kan finnas är värda att studera.

Utefter den anströmmade längden övergår strömningen abrupt i en oroligare strömningstyp, som resulterar i ett fullt utbildat turbulent (virvelfyllt) gränsskikt. Den turbulenta strömningen, även kallad överkritisk eller superkritisk, ger ett betydligt högre friktionsmotstånd än den laminära strömningen. För att uppnå turbulent strömning vid $R_n <$ ca 3 á $5 \cdot 10^5$, t ex vid modellförsök, måste konstlade medel tillgripas för att störa den laminära strömningen, vanligen genom att anbringa en metalltråd eller en sandpappersliknande remsa vid början av den anströmmade ytan. På så sätt kan modellförsök utvärderas säkrare.

I övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning, den kritiska strömningsfasen (eng: Transition phase), sker nyssnämnda ökning av virvelbildningen inom gränsskiktet och den lokala friktionskoefficienten C_τ (se pkt 1.3.4) övergår så gott som momentant från laminär till turbulent status. Ser man på det lokala friktionsmotståndet kan denna momentana övergång inte egentligen kallas en övergångsfas, men övergångens inverkan på medelfriktionskoefficienten C_F, visad i fig 3 och förklarad i pkt 1.3.3, kan betecknas som en övergångsfas.

Här nedan återges formler för beräkning av medelfriktionskoefficienten C_F inom de olika strömningsområdena. Där redovisas även tillkomsten av kurvan för "den kritiska fasen" och för "ITTC-57"-kurvan för turbulent strömning, inritade i fig 3.

1.3.1 För laminär strömning (under- eller subkritisk) tillämpas allmänt Blasius´ formel med vanlig praktisk användning för Reynolds tal R_n upp till ca $5 \cdot 10^5$:

(6) $$C_F = \frac{1{,}327}{\sqrt{R_n}} = "C_{F_{lam}}" \quad \text{varmed} \quad R_{F_{lam}} = C_{F_{lam}} \cdot \tfrac{1}{2}\varrho V^2 S$$

1.3.2 För turbulent strömning (över- eller superkritisk) tillämpas, speciellt i något äldre litteratur, Schoenherrs formel, även benämnd "ATTC 1947 Line" eller bara "ATTC 1947", antagen vid American Towing Tank Conference 1947:

(7) $$\frac{0,242}{\sqrt{C_{F_{turb}}}} = \log(R_n \cdot C_{F_{turb}})$$ Jfr formel (8) nedan

Schoenherrs formel, som väl motsvarar ett stort antal experimentellt med hjälp av friktionsplattor framtagna värden, kan anses gälla ren "plattfriktion". Formeln är dock pga sin uppbyggnad opraktisk att använda, men tabellverk finns.

Vid "International Towing Tank Conference 1957" antogs "ITTC 1957 model-ship correlation line" för turbulent strömning enligt formeln:

(8) $$C_F = \frac{0,075}{(\log R_n - 2)^2} = "C_{F_{turb}}" \quad \text{varmed} \quad R_{F_{turb}} = C_{F_{turb}} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 S$$

Denna friktionslinje, inritad i fig 3, ligger mycket nära Schoenherrs linje inom ett högre R_n-område. Vid $R_n = 10^7$ ger den drygt 2% högre värden och vid $R_n = 10^8$ är skillnaden ca 0,5%.

Friktionsformeln, som förkortat benämns "ITTC 1957" eller "ITTC-57", ger inte en renodlad "plattfriktionskoefficient". Den betecknades vid konferensen 1957 som en formel för "praktisk ingenjörsmässig tillämpning" i samband med beräkning av fartygs (båtars) motstånd. Som sådan används formeln allmänt efter nämnda år, vanligen utan hänsyn till den lägre medelfriktionskoefficienten som under gynnsamma förhållanden kan vara gällande inom det lägre R_n-området (laminär och "kritisk" zon). Därmed och genom den "ingenjörsmässiga" friktionslinjen kan man anse sig ha en viss säkerhetsmarginal mot för lågt räknat motstånd. I fartygssammanhang, där man inte kan räkna med glatt yta, ges C_F allmänt ett tillägg ΔC_F, vanligen = 0,0004 för handelsfartyg om ej annat är motiverat.

1.3.3 I övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning (det "kritiska" området, "Transitional phase") är beräkningen av medelfriktionskoefficienten "$C_{F_{trans}}$" beroende av var omslagspunkten mellan laminär och turbulent strömning bedöms ligga.

I /3/ beskrivs en ansats till beräkning av $C_{F_{trans}}$ genom införande av en R_n- beroende korrektionsterm, som reducerar friktions-

koefficienten för turbulent strömning "$C_{F_{turb}}$" sålunda att

$$C_{F_{trans}} = C_{F_{turb}} - \frac{k}{R_n}$$

Hur övergångskurvorna ser ut för k = 1000, 2000 och 4000, då $C_{F_{turb}}$ enligt Schoenherr tillämpats, visas med streckade linjer i fig 3. Enligt /3/ skall olika försök ha visat att spridningen inom övergångsfasen i extremfall kan nå k-ytterligheterna enligt ovan, vilket innebär att omslagspunkten laminär-turbulent skulle kunna variera mellan R_n= ca $3 \cdot 10^5$ och $1{,}5 \cdot 10^6$. De inritade försökspunkter, som ansetts speciellt representativa ligger emellertid inom k = 1000 och 2000. Prandtl har (1932) ansatt värdet k = 1700 i kombination med en friktionslinje för turbulent strömning enligt Prandtl-Schlichting, vilken ligger mycket nära Schoenherrs linje. Det visar sig emellertid att k = 1700 i kombination med C_F enligt ITTC-57 ger en $C_{F_{trans}}$-kurva som väl kan representera de försökspunkter som visas i fig 3. Denna kurva är inritad heldragen i figuren. Med denna ansats kan friktionskoefficienten för övergångsfasen alltså beräknas enligt:

(9) $$C_{F_{trans}} = C_{F_{turb}} - \frac{1700}{R_n} \quad \text{med } C_{F_{turb}} \text{ enl ITTC-57}$$

Sättes $C_{F_{trans}} = C_{F_{lam}}$ enl (6) finner man genom passning att denna beräkningsmetod ger övergångsfasens nedre gräns, eller m.a.o. omslagspunkten lam-turb, intill R_n= ca $4{,}7 \cdot 10^5$. Under denna "kritiska gräns" gäller Blasius formel (6). Man ser också att kurvan enligt (9) successivt närmar sig $C_{F_{turb}}$-kurvan, men teoretiskt når den aldrig fram. Detta motsvarar de inledande lägre medelfriktionsvärdena $C_{F_{lam}}$ och $C_{F_{trans}}$. $C_{F_{trans}}$-kurvan analyseras närmare i pkt 1.3.4, där även faktorn 1700 i ekv (9) motiveras.

Medelfriktionskoefficienten C_F:s variation med anströmmad längd L eller x meter och strömningshastighet V m/s visas grafiskt i
./7 bilaga 7, där även annan information ges, med närmare redovisning i pkt 1.3.5.

Sammanfattningsvis kan, för de tre beskrivna områdena för medelfriktionskoefficienten C_F, konstateras att i varje fall för Reynolds tal $R_n > 5 \cdot 10^6$ á 10^7 bör man räkna med C_F för turbulent strömning. För segelbåtskölar och fristående roder kan hänsyn till C_F för det laminära och kritiska området övervägas. I detta sammanhang hänvisas dock till vad som framgår av mom 1.4 betr "vingprofilers" motstånd.

1.3.4 Lokalt friktionsmotstånd

Ovan inom avsnitt 1.3 har erinrats om att C_F är medelfriktionskoefficienten för hela den våta yta, vars medellängd ingår i Reynolds tal R_n. Det kan vara av intresse att kunna bestämma den lokala friktionskoefficienten för en bestämd punkt på en anströmmad yta eller den lokala medelfriktionskoefficienten för en del av en yta. Det senare fallet kan gälla t ex jämförelse mellan friktionsmotståndet för roder placerade i direkt anslutning till en köl respektive fristående roder. Studium av det lokala friktionsmotståndet ger även en påtaglig bild av övergången mellan laminär och turbulent strömning vad gäller medelfriktionskoefficienten C_F. Dessa samband utreds i det följande med hjälp av fig 4, som schematiskt visar förloppet. Skalan för R_n är av praktiska skäl starkt förvanskad. C_F-kurvorna går mot oändligheten vid $R_n=0$, vilket framgår av ekvationerna (7) och (8). Detsamma gäller kurvorna för de lokala friktionskoefficienterna enligt nedan.

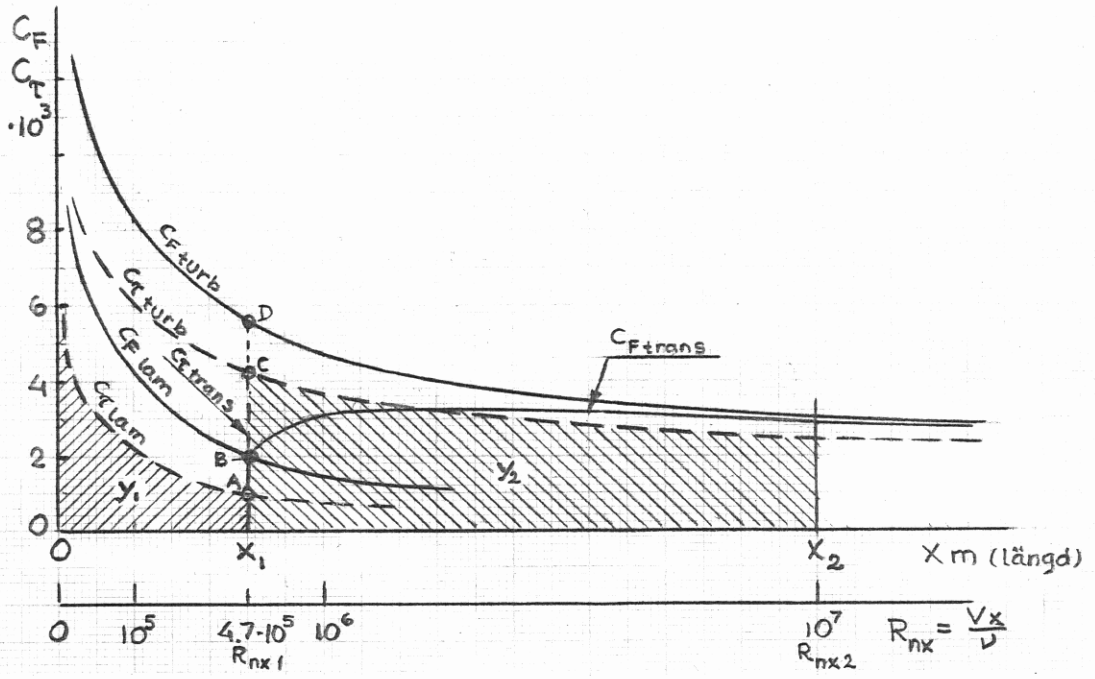


Fig 4. Schematiskt samband mellan olika friktionskoefficienter.

a) Den lokala friktionskoefficienten för en punkt på en yta i ett strömningsfält betecknas C_τ, vilket sammanhänger med att den lokala skjuvkraften per ytenhet, på grund av det strömmande mediets viskositet, brukar betecknas τ. Motsvarande motståndskoefficient betecknas $C_\tau = \tau / \frac{1}{2}\rho V^2$ (dimensionslös genom att τ är kraft per ytenhet). C_τ kan bestämmas som en funktion av den anströmmade ytans längd (x) fram till den betraktade punkten eller som funktion av

motsvarande Reynolds tal R_{nx}. Detta visas nedan.

Medelfriktionskoefficienten C_F för en yta med längdutsträckningen från 0 till x bestäms matematiskt genom att funktionen för den lokala friktionskoefficienten $f(C_\tau)$, eller förkortat C_τ, integreras över sträckan 0 till x och divideras med sträckan x, allmänt uttryckt

(10) $$C_F = \frac{\int_0^x C_\tau \, dx}{x} \quad \text{eller} \quad \int_0^x C_\tau \, dx = x \cdot C_F$$

Här motsvarar integralen t ex ytan Y_1 i fig 4 och C_F motsvarar pkt B.

Då C_F för de olika strömningsfaserna är kända enligt ekvationerna (6) - (9) ovan får man fram C_τ genom derivering ("omvänd integrering") av ekvation (10), allmänt uttryckt:

(11) $$D_x\left[\int_0^x C_\tau \, dx\right] = C_\tau = D_x\left[x \cdot C_F\right], \text{ där } C_F \text{ är en funktion av } R_n$$

För den matematiskt intresserade redovisas detta förfaringssätt
./8 i detalj i bilaga 8 gällande de olika strömningsfaserna. Här nedan återges resultatet.

a1) Den lokala friktionskoefficienten för laminär strömning

(12) $$C_\tau = 0{,}663/\sqrt{R_{nx}} = "C_{\tau\,lam}"$$

a2) Den lokala friktionskoefficienten för turbulent strömning

(13) $$C_\tau = C_F\left[1 - \frac{0{,}87}{(\log R_{nx} - 2)}\right] = "C_{\tau\,turb}" \quad \text{med } C_F \text{ enl ITTC-57}$$

a3) Den lokala friktionskoefficienten för övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning:

Det förefaller vara en allmän uppfattning att C_τ, som ovan nämnts på sida 20, momentant övergår från laminär till turbulent status, vilket med ansatsen enl ekv (9) s.22, visats betyda att detta "språng" sker vid R_{nx} = ca $4{,}7 \cdot 10^5$. Där går C_τ från det laminära värdet $C_{\tau\,lam}$ enl (12) direkt till det turbulenta värdet $C_{\tau\,turb}$ enl (13), dvs från A till C i fig 4:

(14) $$C_{\tau\,trans} = 0{,}663/\sqrt{R_{nx}} \longrightarrow C_{F\,turb}\left[1 - \frac{0{,}87}{(\log R_{nx} - 2)}\right]$$

Hur denna ansats för $C_{\tau\,trans}$ kan visas ligga till grund för $C_{F\,trans}$ - ekvationen (9) framgår även av bilaga 8.

b) Den lokala medelfriktionskoefficienten för ett avsnitt av en yta i ett strömningsfält är beroende av ytans anströmmade längd fram till början resp slutet av det betraktade ytavsnittet. Detta visas schematiskt i fig 5, där ytans längdkoordinat i strömningens riktning är x.

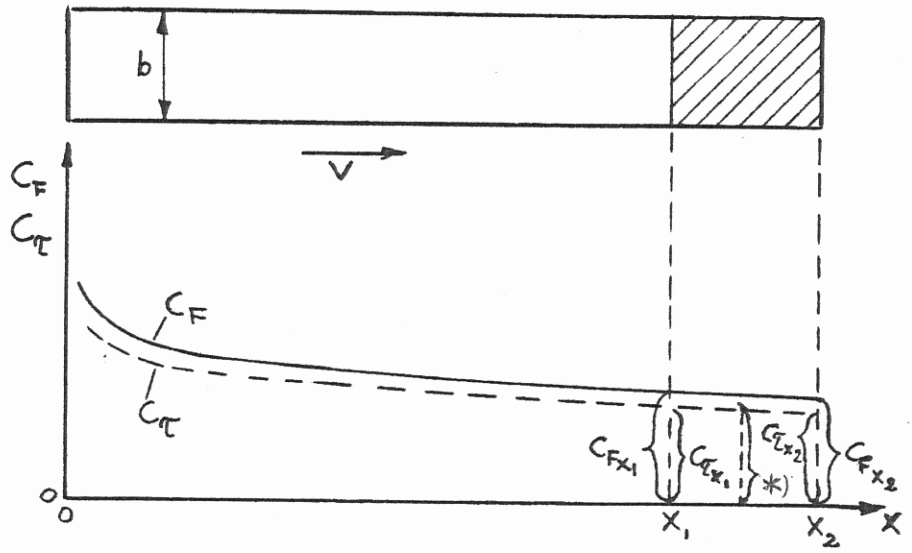


Fig 5. Medelfriktionskoefficient C_F och lokal friktionskoefficient C_τ i ett strömningsfält. *) symboliserar den lokala medelfriktionskoefficienten för ytavsnittet $x_1 \rightarrow x_2$, benämnd $C_{F(x_1 \rightarrow x_2)}$

Det matematiska uttrycket för den lokala medelfriktionskoefficienten för avsnittet $x_1 \rightarrow x_2$ i fig 5 är i analogi med ekv (10):

(15)
$$C_{F(x_1 \rightarrow x_2)} = \frac{\int_{x_1}^{x_2} C_\tau \, dx}{x_2 - x_1} = \frac{x_2 \cdot C_{Fx_2} - x_1 \cdot C_{Fx_1}}{x_2 - x_1}, \quad C_{Fx_1} = f(R_{nx_1}), \quad C_{Fx_2} = f(R_{nx_2})$$

Ekv (15) gäller generellt för alla strömningstyper med respektive strömningstyps C_F-uttryck insatt i ekvationen.
En god approximation är emellertid medelvärdet för de lokala friktionskoefficienterna C_τ (enl ekv 12-13) vid x_1 resp x_2 enl ovan.

Anm: Ekv (15) får man också fram genom att betrakta de aktuella ytdelarnas ($b \cdot x$ i fig 5) friktionsmotstånd D_F enl följande:

$$D_{F(x_1 \rightarrow x_2)} = D_{F(0 \rightarrow x_2)} - D_{F(0 \rightarrow x_1)} = \tfrac{1}{2}\rho V^2 (bx_2 C_{Fx_2} - bx_1 C_{Fx_1}), \text{ varmed}$$

$$C_{F(x_1 \rightarrow x_2)} = \frac{D_{F(x_1 \rightarrow x_2)}}{\tfrac{1}{2}\rho V^2 b(x_2 - x_1)} = \frac{x_2 C_{Fx_2} - x_1 C_{Fx_1}}{x_2 - x_1}$$

1.3.5 Gränsskikt

Gränsskiktet har tidigare nämnts under pkt 1.1 som det skikt närmast en anströmmad yta där friktionsmotståndet genereras. Friktionskoefficienter för olika strömningstyper har redovisats i avsnitten 1.3.1 - 1.3.4. Detta gäller rent allmänt för beräkning av en ytas friktionsmotstånd.

För beräkning av strömningsmotståndet för detaljer inom gränsskiktet, t ex en axelbärarfläns på en båtbotten, fordras kännedom om gränsskiktets tjocklek och fördelningen av strömningshastighet och dynamiskt tryck inom gränsskiktet. Detta utreds nedan.

1.3.5.1 Gränsskiktets tjocklek

Gränsskiktstjockleken δ är beroende dels av längden x av anströmmad yta fram till den aktuella sektionen av gränsskiktet, dels av Reynolds tal baserat på nämnda längd, $R_{nx} = Vx/\nu$. Med ledning av /3/ kan följande samband för olika strömningstyper formuleras för den relativa gränsskiktstjockleken δ/x som funktion av R_{nx}. De normalt aktuella R_{nx}-omfången för strömningsfaserna framgår av Fig 3, s.19.

a) Laminär strömning

(16) $$\delta/x = 5{,}5/\sqrt{R_{nx}} \quad \text{eller med} \quad C_{F_{lam}} = \frac{1{,}327}{\sqrt{R_{nx}}} \quad \text{enligt Blasius}$$

(17) $$\delta/x = 4{,}145 C_{F_{lam}}$$

Detta är mera av teoretiskt än praktiskt intresse då det laminära området är starkt begränsat.

b) Turbulent strömning

I /3/ formuleras efter vissa teoretiska betraktelser sambanden

(18) $$\delta/x = 0{,}154/R_{nx}^{1/7} \quad \text{eller} \quad \delta = 0{,}154x/R_{nx}^{1/7} \quad \text{och}$$

(19) $$\delta/x = 5{,}14 C_F, \text{ som ger } C_F = 0{,}00300/R_{nx}^{1/7}$$

Detta C_F överensstämmer med C_F för turbulent strömning enligt ITTC-57 för $R_n = 10^7$ och $2 \cdot 10^8$. För mellanliggande R_n är avvikelsen som mest ca 4%. ITTC-57 kan alltså väl tillämpas i detta fall, vilket har betydelse för ansatsen under c).

c) Övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning

För denna fas har inte stått att finna en formel för beräkning av gränsskiktstjockleken. Även om man i båtsammanhang bör klara sig bra med att i förekommande fall kunna beräkna det turbulenta gränsskiktets tjocklek, har här gjorts en ansats till en formel gällande övergångsfasen laminär - turbulent strömning.

Av a) och b) ovan framgår att δ/x kan anses direkt proportionell mot C_F inom respektive strömningstyp. Det förefaller logiskt att anta att motsvarande även gäller inom övergångsfasen. I analogi med hur formeln för $C_{F_{trans}}$ kom till enligt pkt 1.3.3 (se även Fig 3, s.19) blir ansatsen sålunda:

(20) $$(\delta/x)_{trans} = (\delta/x)_{turb} - m/R_{nx} \text{ , där m skall bestämmas}$$

Vid R_{nx} = ca $4{,}7\cdot10^5$ skall $(\delta/x)_{trans}$ vara = $(\delta/x)_{lam}$

Alltså: $(\delta/x)_{turb} - m/R_{nx} = (\delta/x)_{lam}$

Insättning enligt ekv (16) och (18) ger

$$0{,}154/R_{nx}^{1/7} - m/R_{nx} = 5{,}5/\sqrt{R_{nx}} \text{ eller } m = 0{,}154\cdot R_{nx}^{6/7} - 5{,}5\cdot\sqrt{R_{nx}}$$

Insättning av $R_{nx} \cong 4{,}7\cdot10^5$ (omslagspunkten, se s.22) ger m = ca 7400.

Formeln för den relativa gränsskiktstjockleken inom övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning blir därmed enl (20)

(21) $$(\delta/x)_{trans} = 0{,}154/R_{nx}^{1/7} - 7400/R_{nx}$$

./7 I bilaga 7, som redan presenterats i pkt 1.3, s.22, har utöver C_F även inritats δ/x för de olika strömningsområdena som funktion av R_n, anströmmad längd L eller x och hastigheten V. Diagrammet gäller för kinematisk viskositet $\nu = 1\cdot10^{-6}$ (se bilaga 6). För andra ν-värden korrigeras diagrammets R_n genom multiplikation med 10^{-6} och division med önskat ν-värde. (T ex korrigering till $\nu = 1{,}4\cdot10^{-6}$ ger $R_{n_{korr}} = R_{n_{diagr}}/1{,}4$, vid vilket värde således C_F resp. δ/x skall avläsas).

Diagrammet visar att den relativa gränsskiktstjockleken δ/x minskar med ökande R_{nx} medan naturligtvis den absoluta gränsskiktstjockleken δ (x gånger avläst värde) ökar med R_{nx}.
I bilaga 7 är inritat ett exempel för L = 8m och V = 4m/s.

1.3.5.2 Beräkning av motstånd i ett gränsskikt

Som redan inledningsvis nämnts under pkt 1.3.5 bygger beräkning av strömningsmotståndet för detaljer i ett gränsskikt på kännedom om dels gränsskiktets tjocklek (pkt 1.3.5.1), dels fördelningen av strömningshastighet och därmed dynamiskt tryck inom gränsskik-
./9 tet. Hithörande samband redovisas i Bilaga 9. Här nedan presenteras praktiskt tillämpbart resultat.

Tryckmotståndet inom ett gränsskikt för en detalj t ex på en båtbotten kan allmänt yttryckas som

(22) $$R_p = c_{R_pA_F} \cdot q_{w_m} \cdot A_F$$

$A_F = b \cdot h$ = den aktuella detaljens frontyta mot strömningen
h = detaljens höjd över anströmmad yta, b = bredden
$q_{w_m} = \frac{1}{2}\rho w_m^2$ = det dynamiska tryckets medelvärde inom höjden h
w_m = strömningshastighetens medelvärde inom höjden h
ρ = mediets densitet
$c_{R_pA_F} = R_p/(\frac{1}{2}\rho w_m^2 A_F)$ = en tryckmotståndskoefficient inom gränsskiktet ("independent drag coefficient" enl /3/)

För laminär strömning blir uttrycket för R_p mycket invecklat och torde sakna praktisk betydelse.

För turbulent strömning, $R_{nx} >$ ca $5 \cdot 10^5$ á 10^6, gäller följande:

(23) $$q_{w_m} = 0{,}75 \sqrt[3]{h/\delta} \cdot q_V$$

$q_V = \frac{1}{2}\rho V^2$ = dynamiskt tryck utanför gränsskiktet
V = strömningshastigheten utanför gränsskiktet
δ = gränsskiktstjockleken enl ovan

Detta ger enl (22) och med δ enl (18), se uträkning i bilaga 9:

(24) $$R_p = c_{R_pA_F} \cdot 0{,}7 \rho V^2 (h/x)^{1/3} R_{nx}^{1/21} A_F$$

För tryckmotståndskoefficienten $c_{R_pA_F}$ kan t ex för en rektangulär axelbärarfläns mot en båtbotten ansättas värdet 0,6 - 0,7.
x = anströmmad längd och R_{nx} är motsvarande Reynolds tal Vx/ν.

Hur $c_{R_pA_F}$ kan variera för olika typer av diskontinuiteter på en yta visar Fig 9:2 i Bilaga 9.

Anm: Efter gränsskiktsavlösning gäller inte ovanstående beräkningsmetoder.

1.3.6 Ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet

I samband med genomgången av framdrivningsmotståndets sammansättning (pkt 1.1 med bilaga 1) nämndes ytråheten som en motståndsökande faktor. I bilaga 4 visades ett genomräknat exempel gällande en 40 ft segelyacht. Enligt angiven källa till diagrammet hade man vid beräkningen ansatt en ytråhet på undervattenskroppen motsvarande ytojämnheter med höjden mellan 50 och 100 μm (0,05-0,1mm), vilket ansågs vara normalt för en penselmålad yta. Denna ytråhet bidrog till totalmotståndet med 3,5%, motsvarande ett tillskott till friktionsmotståndet med ca 10%.

I fig 1 (s.5) visades bl a schematiskt strömning kring en båts undervattenskropp. Närmast skrovytan bildas ett mycket tunnt skikt av laminär karaktär, benämnt visköst underskikt. Det anses vara inom detta skikt som den turbulenta strömningens friktionsmotstånd uppkommer. Genom laboratorieförsök har man kommit fram till att ytskrovligheter som ligger "väl inbäddade" i det viskösa underskiktet inte påverkar friktionsmotståndet.

Det viskösa underskiktets tjocklek är i någon mån påverkad av den anströmmade längden, men framför allt starkt påverkad av strömningshastigheten. Skiktets tjocklek är i stort sett omvänt proportionell mot hastigheten. Ju högre hastigheten är desto strängare är därmed också kraven på ytfinhet om friktionsmotståndet ej skall påverkas.

./10 I bilaga 10 utreds hithörande studier tämligen ingående och där visas sammanställda resultat från laboratorieförsök och gjorda utredningar. Här återges i det följande beräkningsformler för "tillåten" kornstorlek k_{so}, dvs kornstorlek som inte påverkar friktionsmotståndet. Detta kännetecknar en sk "hydrauliskt slät yta".

Först en enklare överslagsmässig men allmänt använd formel:

(25a) $$k_{so} = \frac{100\upsilon}{V} \ |m|$$

υ = vattnets kinematiska viskositet $|m^2/s|$, som varierar med salthalt och temperatur (se bilaga 6).

V = strömningshastigheten utanför gränsskiktet = båtens fart $|m/s|$.

Sättes $\upsilon = 10^{-6}$, som gäller ca 22^o oceanvatten, erhålls en vanlig "tumregel":

(25b) $$k_{so} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{V} \ |m| \quad \text{eller} \quad k_{so} = \frac{100}{V} \ |\mu m| \ \text{med V i m/s}$$

Dessa ekvationer tar inte hänsyn till längden av en anströmmad yta. Detta beaktas däremot i nedansrående ekvation, som är härledd i Bilaga 10.

(26) $$k_{so} = \frac{12{,}6\,\nu\, R_{nx}^{0{,}12}}{V} \;|m| \qquad R_{nx} = \frac{Vx}{\nu}$$ Reynolds tal, där x = anströmmad längd.

Här bör påpekas att ekv (26) ger det maximalt tillåtna lokala k_{so}-värde som inte ger bidrag till friktionsmotståndet. Man ser att ytfinhetskravet successivt mildras något utefter den anströmmade ytan i strömningsriktningen då R_{nx} ökar med längden x.

I Fig 10:3 i Bilaga 10 visas dels som exempel jämförelse mellan k_{so} enligt ekvationerna (25) och (26), dels även ett exempel på det viskösa underskiktets tjockleksvariation vid vissa förutsättningar enligt en av flera beräkningsmetoder. Likheten i Fig 10:3 mellan kurvorna för "tillåten" ytråhet (k_{so}) och underskiktets tjocklek enligt ekv (10:9) i Bilaga 10 ligger i linje med ansatsen på s.29 om att ytskrovligheter, som ligger väl inbäddade i det viskösa underskiktet, ej påverkar friktionsmotståndet.

För att ge en påtaglig känsla för ytråhet, representerad av kornstorleken k_s, kan nämnas som exempel att k_s= 25μm motsvarar slippapper nr 400, där dock kornen är tätt packade till varandra. Se för övrigt kommentarerna längst ner på sidan 6 i Bilaga 10.

I bilagans Fig 10:4 visas exempel på i vilken grad ytråhetens kornstorlek kan påverka en båts motstånd vid varierande fart.

1.4 Motstånd av vingar med symmetrisk profil i parallellströmning

Som introduktion till detta avsnitt visas i Fig 6 en utförd systematiserad grafisk bearbetning av resultat från omfattande modellförsök i vindtunnel med s.k. tvådimensionella vingar med symmetriska, företrädesvis "strömlinjeformade" tvärsnitt. Grundmaterialet från försöken, vilket visas i ref /3/(Fig 2, s.6-2), kommer bl.a. från en NACA Tech Rpt 824 (1945). Försöken gällde mätning och beräkning av specifikt totalmotstånd (per längd- eller ytenhet) för dessa vingar vid varierande strömningshastighet. Tvådimensionell innebär i detta fall dels oändligt lång vinge, dels oförändrad profil utefter vingens längd. Oändlig vinglängd simulerades vid försöken antingen genom att modellen var monterad mellan med strömningen patallella väggar, varmed motståndstillskott av fria ändar elimineradesdes (och tillkommande interferensmotstånd vid infästningen kunde beräknas), eller att motståndet för ändliga vingmodeller har korrigerats för motståndsbidrag av fria ändar.

Formvariabler vid försöken var profilens t/c, där t är max tjocklek och c är profilkorda. t/c varierade från 0,06 till 0,35 för vingprofiler och däröver för mer eller mindre strömlinjeform upp till cylinder (t/c = 1,0) och ellips på tvären (t/c = 2,0). Försöken gjordes i parallellströmning mot glatt yta, uppenbarligen utan aktiv turbulensstimulering. Här ges underlag för bedömning av motstånd av köl och roder samt detaljer för rigg och propulsionsbihang.

I Fig 6 är strömningshastigheten repesenterad av Reynolds´tal, $R_{nc} = V \cdot c/\nu$, baserat på profilens kordalängd c (s.18). ν är den kinematiska viskositeten för det aktuella mediet, som vid försöken var luft. I vatten ger där gällande ν (Bilaga 6), läget för R_{nc}.

Fig 6 visar alltså totalmotståndskoefficienten för de provade vingmodellerna med den projicerade vingytan A_1 som referensyta. I de tidigare avsnitten, pkt 1.2.3 och mom 1.3 har framgått att motståndet för en båt, något rationaliserat, är knutet till Reynolds´tal vad gäller friktionsmotståndet, men knutet till Froudes tal beträffande restmotståndet, som sammanhänger med skrovform och vågbildning. För mer eller mindre strömlinjeformade kroppar, helt omslutna av ett medium, utan närhet till en gränsyta mellan olika medier (som i vindtunneln) är förhållandena annorlunda. Totalmotståndet är intimt influerat av gränsskiktets utveckling utefter den anströmmade kroppen och eventuell strömningsavlösning. Vågbildning sker endast i närheten av en gränsyta enligt ovan. (Jfr även s.33 och 38).

Anm: Det som ovan nämnts som en tvådimensionell vinges specifika totalmotstånd, i grunden förorsakat av mediets viskositet, benämns allmänt som vingens profilmotstånd. Detta motstånd förknippas i första hand med tvådimensionella vingar, men gäller även tredimensionellt som utgångsnivå för där tillkommande motstånds-

komponenter. Detta framgår inom mom 1.5. Jfr även "Anm" och mom 1.5.1a,b, s.52-53. Begreppet "vinge" kan här allmänt betyda en kropp med viss utbredning, spännvidd, med "strömlinjeformad" profil (i betydelsen tvärsnitt). Det råder viss frihet angående denna terminologi. Sålunda ser man (även här) att tex en reell vinge eller ett vingavsnitt med viss profil (återigen i betydelsen tvärsnitt) benämns "vingprofil". Jfr tex profiljärn, aluminiumprofil. För övrigt får "vinge" och varianten "fena" i hydrodynamiskt avseende ses som en samlingsterm för tex roder, segelbåtsköl, stabilisatorfena, bärplan.

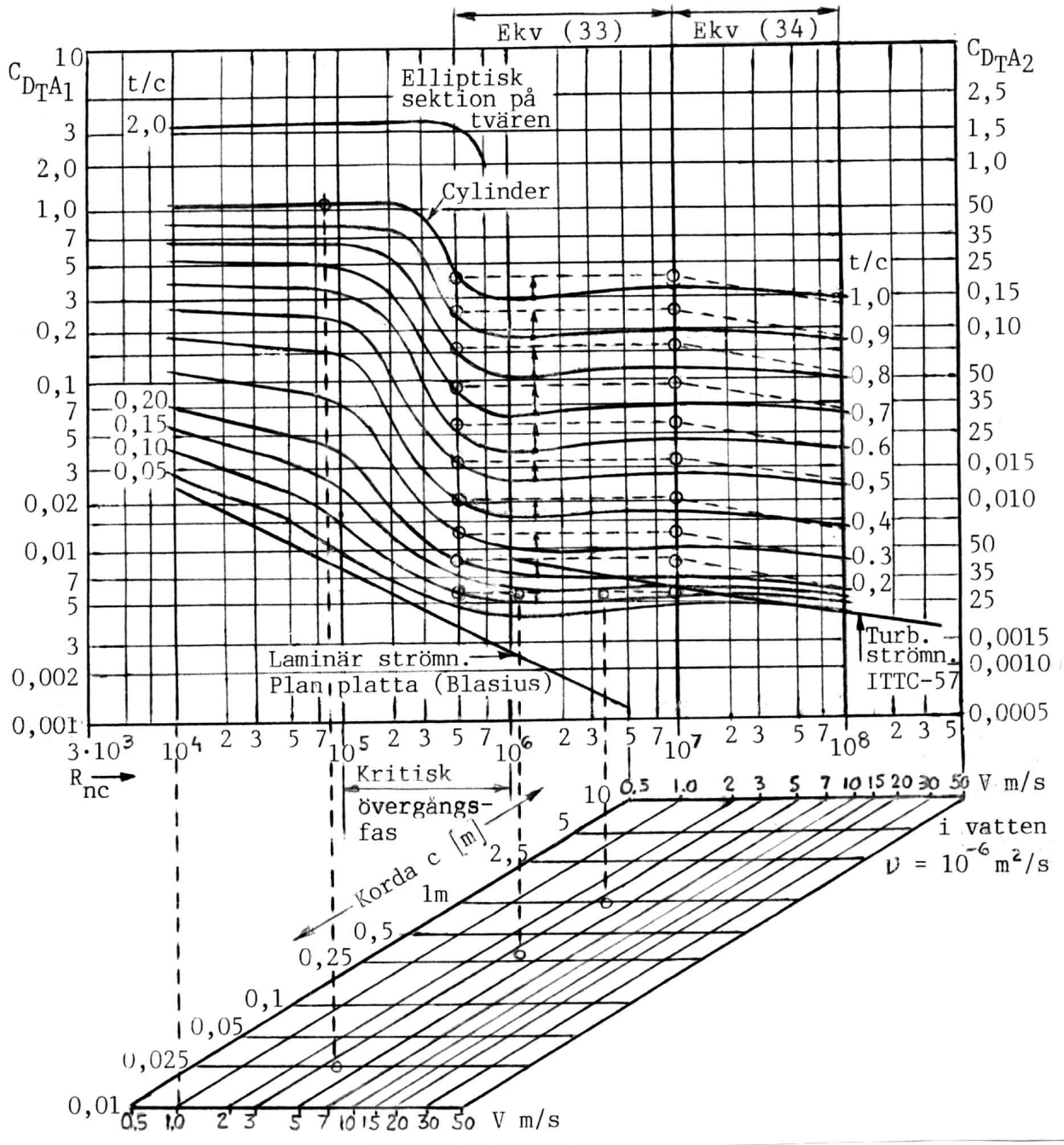


Fig 6. Grafiskt bearbetade mätningar från modellförsök i vindtunnel med symmetriska vingprofiler, avseende totalmotståndskoefficienten $C_{D_TA_1}$ i parallellströmning, som funktion av Reynolds´tal R_{nc} med profilens tjockleksförhållande t/c som parameter, där t_{max} företrädesvis ligger vid ca 0,3·c från profilens framkant. $C_{D_TA_1} = D_T/\frac{1}{2}\rho V^2 A_1$, där A_1 är vingens i kordaplanet projicerade yta. Det nedre diagrammet ger sambandet mellan strömningshastighet V, kordalängd c och R_{nc}. I diagrammet är inritade exempel som beskrivs på s.34. F.ö. hänvisas till informationen på s. 31-39.

Motståndet för vingprofiler är till övervägande del friktion och för övrigt tryckmotstånd, som uppstår genom obalans mellan trycken på den främre resp bakre delen av profilen (jfr s.31). Denna obalans kan hänföras till friktionens och därmed gränsskiktets inverkan på liknande sätt som fig 1 (s.5) visade för ett båtskrov. Skulle ingen friktion finnas skulle ej heller gränsskikt och virvelavlösning finnas och trycket på profilens främre del skulle helt uppvägas av trycket på den bakre delen. Detta gör att den dimensionslösa totalmotståndskoefficienten för vingprofiler kan refereras till Reynolds tal som i fig 6, alltså gällande parallellströmning.

Denna totalmotståndskoefficient har i orginalunderlaget benämnts C_{DS}, där index D står för "Drag", en vanlig engelsk term gällande profilmotstånd (bl a inom flygteknik) och S står för en yta.*) Här har denna koefficient döpts om, enligt den indexeringsprincip som introducerats under pkt 1.2 (s.11), till $C_{D_TA_1}$. Där står D_T för totalmotstånd och A_1 står för den i diagrammet aktuella ytan som är den i kordaplanet projiserade ytan ("Planform area"), dvs medelkorda gånger vinglängd resp. tex kölens höjd. Här markerar index 1 att motståndskoefficienten refererar till endast en vingyta trots att vingen är dubbelsidig. Den dubbla ytan är sas inbyggd i koefficienten. För vid försöken avgränsad vingyta gäller därmed:

(27) $$C_{D_TA_1} = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1} \quad \text{eller} \quad D_T = C_{D_TA_1} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 A_1 \ |N|$$

Om motståndet i stället skulle refereras till den verkliga dubbla ytan A_2 blir uttrycket, som även fått en skala i fig 6:

(28) $$C_{D_TA_2} = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2} \quad \text{och alltså} \quad C_{D_TA_1} = 2 \cdot C_{D_TA_2}, \ \text{då} \ \frac{1}{A_1} = 2 \cdot \frac{1}{A_2}$$

Man ser också i fig 6 att tex friktionslinjen för laminär strömning ligger dubbelt så högt som i fig 3, beroende på referensytan.

En jämförelse mellan fig 6 och fig 3 är för övrigt intressant vad gäller motståndskurvornas förlopp för profiler resp plan yta.

I likhet med vad som beskrivits i anslutning till fig 3 beträffande plana ytor indelas strömningen kring profiler i underkritisk, kritisk och överkritisk strömning, inom vilka zoner olika motståndslagar gäller. I riktning från höga till låga R_{nc}-värden visar kurvorna i Fig 6 (eller originalets stråk av punkter) en abrupt, med ökande t/c-värden allt starkare ökning av $C_{D_TA_1}$ inom

*) Ref /3/, s.6-1, mom A.

R_{nc}-området ca 10^6 - 10^5, efter vilket vid ytterligare minskande R_{nc}, kurvorna flackar ut. Övergångsområdet här motsvarar den för en plan, slät yta karakteristiska "kritiska" övergångszonen mellan överkritisk (turbulent) och underkritisk (laminär) strömning. Inom denna övergångsfas för den plana ytan minskar motståndskoefficienten successivt fram till linjen för laminär strömning. Att motståndskoefficienten för profilerna i stället ökar inom övergångsområdet beror på successivt ökad strömningsavlösning, mera utpräglad ju större t/c-värde profilen har. I detta samband erinras om vad som redan antytts på föregående sida, att avlösningen ger en successivt ökad obalans mellan tryckkrafterna på profilens främre resp bakre del.

Den ovannämnda begynnande utflackningen av motståndskurvorna i det lägre R_{nc}-området innebär övergång till underkritisk strömning, som alltså vid minskande R_{nc} börjar vid ca $R_{nc} = 5 \cdot 10^4$ för en profil med det lägsta t/c-värdet = 0,05. Med successivt ökat t/c-värde börjar utflackningen vid allt högre R_{nc}-värde. T.ex. för en cylinder, där t/c eller t/d = 1, flackar motståndskurvan ut vid R_{nc} = ca $2 \cdot 10^5$. Vid $R_{nc} <$ ca 10^5 är strömningen helt laminär.

För att ge en påtaglig bild av inom vilket R_{nc}-område det kan vara aktuellt att beräkna motståndet för kölar, roder mm har i fig 6 ritats in ett område med skalor för R_{nc} vid varierande korda c och hastighet V. Här har R_{nc} anpassats till vatten med för enkelhets skull ansatt $\nu = 10^{-6}$. Som exempel är markerat läget för en köl med c = 1 m och t/c = 12% vid hastigheten 3,5 m/s (ca 7 knop), då $R_{nc} = 3{,}5 \cdot 10^6$, vilket gott och väl ligger inom det överkritiska området. Detta gäller också det inritade läget för ett spadroder med c = 0,3 m vid samma t/c och V. I båda fallen är motståndskoefficienten $C_{D_T A_1}$ = ca 0,006. Går man vid samma V ytterligare ner i c-värde, tex ett cylindriskt rör med diametern 25 mm och alltså t/c = 1, har man nått det underkritiska området. För cylindern är där $C_{D_T A_1}$ = 1,2, alltså ett 200 gånger högre värde än för kölen och rodret, dvs 200 ggr högre motstånd per ytenhet.

Presentation av några vingprofiler

Innan motstånd av vingprofiler behandlas presenteras här några typexempel för vingprofiler som kan vara aktuella för segelbåtskölar och -roder. De exempel, som här visas i fig 7, tillhör NACA-serierna, vilka i stor omfattning redovisas i ref /1/ beträffande geometri samt tryckfördelning, lyftkraft och motstånd såväl i parallellströmning som vid varierande anfallsvinkel mot strömningen.

Beträffande viktig information för val av profiler och geometri i övrigt för segelbåtskölar och -roder kan ref /6/,/7/,/8/ rekommenderas.

För exemplen i fig 7 visas förutom profilform även tryckfördelning i parallellströmning, representerad av tryckkoefficienten c_p, definierad i pkt 1.2.2. Tryckfördelningen har bl a betydelse för profilmotståndet. Läget av tryckmaximum är tämligen oberoende av anströmningsvinkeln inom rimliga gränser för segelbåtar.

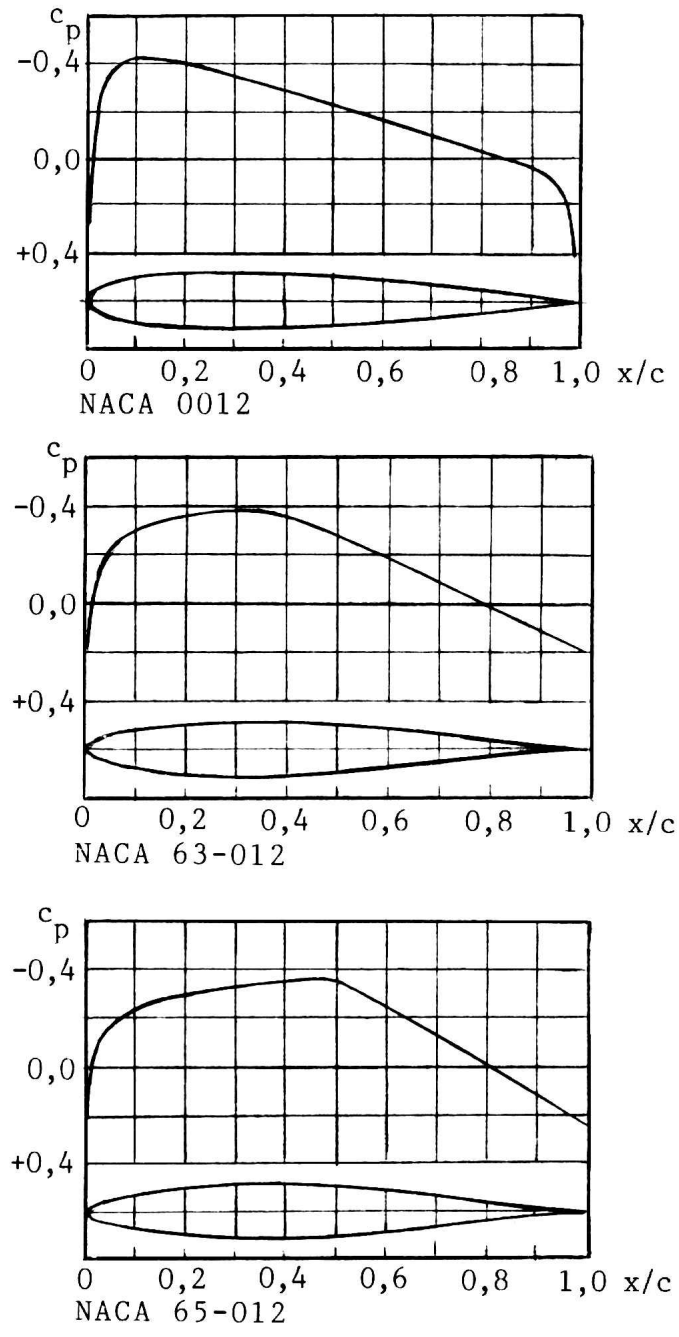


Fig 7. Typexempel för NACA-profiler som kan vara aktuella i segelbåtssammanhang. Kurvorna visar tryckfördelning vid parallellströmning. NACA: National Advisory Committee for Aeronautics.

Bland de mest använda profilerna för kölar och roder torde vara NACA 4-sifferserien (4-digit Wing Sections). I sifferbeteckningen definierar de två första siffrorna medellinjens krökning, varför de för symmetriska profiler alltid är 00. De två följande siffrorna anger profilens tjockleksförhållande, dvs maximala tjocklekens förhållande till kordan, t_{max}/c, eller förenklat t/c. Profilerna i denna serie kännetecknas av att t_{max} ligger vid 30% av c räknat från framkant, eller med bruklig positionsbenämning, vid x/c = 0,3. Detta resulterar i en tryckfördelning där tryckminimum ligger långt fram på profilen, vid ca x/c = 0,1, vilket medför att omslag mellan laminär och turbulent strömning inom det sk kritiska Reynoldstalsområdet (se fig 6) sker långt fram på profilen, även i parallellströmning. Därmed blir friktionsmotståndet förhållandevis större än om omslaget kom längre in på profilen. Fördelen

med denna profiltyp är att den i snedanströmning vid för segelbåtar aktuella avdriftsvinklar kan få ett lägre motstånd genom mindre avlösningskänslighet jämfört med s.k. "laminärprofiler", för vilka 65-012 i Fig 7 är ett moderat exempel. Denna profiltyp, kännetecknad av smalt nosparti och tillbakadraget läge (x) för maximal tjocklek $x/c>0,4$, har å andra sidan möjlighet till lågt motstånd vid små anfallsvinklar, då, under gynnsamma förhållanden, strömningen mot en relativt stor del av profilen anses kunna hållas laminär. I profilens benämning är 6 seriens nr, 5 är positionen för tryckminimum i tiodedelar av kordan räknat från framkant, 0 betecknar symmetrisk profil och 12 tjockleksförhållandet i %. Profilen 63-012 är närmast ett mellanting av de två andra profilerna i Fig 7.

1.4.1 Motstånd av olika vingprofiltyper i parallellströmning

Ovanstående genomgång är en introduktion som bakgrund till efterföljande motståndsanalyser. Först behandlas vingprofilers motstånd i parallellströmning, speciellt tillämpbart för motorbåtars roder och axelbärare. För segelbåtar är köl och roder oftast utsatta för snedanströmning genom avdrift och kurskompensation. Detta kräver speciella beräkningar, vilka berörs längre fram inom mom 1.5.

1.4.1.1 Motstånd av vingprofiler med skarp bakkant (Jfr s.33-34)

I princip baserat på samma försöksunderlag som Fig 6 har i ref /4/ sammanställts för olika R_{nc}-områden empiriska ekvationer för beräkning av totalmotståndet för symmetriska vingprofiler i parallellströmning. Ekvationerna gäller för tvådimensionella förhållanden och "glatt yta" (se pkt 1.3.6, s.29). I det ändliga fallet kan tillkomma motstånd pga fri ända, interferens vid infästningen och sprutmotstånd (se pkt 1.4.1.4, s.47 och 1.5.2, s.60).

För vardera nedan givna R_{nc}-områdena I och II gäller två formler, den ena för det teoretiska gränsfallet en plan platta med två sidor men utan tjocklek, den andra för en profil med tjockleksförhållandet $t/c = 0,2$. För avvikande t/c-värden anses linjär interpolation, och om avvikelsen över 0,2 ej är stor, även extrapolation kunna tillämpas. Som av Fig 6 framgår är dessa två R_{nc}-områden knappast aktuella i båtsammanhang för annat än tex riggutrustning. De medtages här för fullständighetens skull.

Totalmotståndskoefficienten är här, i enlighet med ekv (28), baserad på den dubbla i kordaplanet projicerade ytan (den dubbla la-

teralytan), dvs $A_2 = 2A_1 = 2c_m h$ enligt här tillämpade beteckningar. För totalmotståndskoefficienten gäller alltså i detta fall

$$(29) \qquad C_{D_T A_2} = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2}$$

I. För $R_{nc} = \frac{Vc}{\nu} < 5 \cdot 10^4$, dvs underkritisk strömning, gäller:

$$(30) \begin{cases} a)\ C_{D_T A_2(0)} = 1{,}46\ R_{nc}^{-0{,}507} \\ b)\ C_{D_T A_2(0,2)} = 0{,}466\ R_{nc}^{-0{,}259} \end{cases}$$

Index (0) resp (0,2) refererar till t/c-värdet.

[Anm: I ekv a) bör lika väl Blasius formel för laminär strömning, ekv (6) på s.20, kunna användas inom angivet R_{nc}-område].

II. För $5 \cdot 10^4 \leq R_{nc} \leq 5 \cdot 10^5$, dvs kritisk strömning, gäller:

$$(31) \begin{cases} a)\ C_{D_T A_2(0)} = 0{,}172\ R_{nc}^{-0{,}310} \\ b)\ C_{D_T A_2(0,2)} = 181\ R_{nc}^{-0{,}810} \end{cases}$$

Linjär interpolation resp. extrapolation i (30) och (31) för t/c = x ger:

$$(32) \qquad C_{D_T A_2(x)} = \frac{x}{0{,}2}\left(C_{D_T A_2(0,2)} - C_{D_T A_2(0)}\right) + C_{D_T A_2(0)}$$

III. För $5 \cdot 10^5 < R_{nc} \leq 10^7$, dvs begynnelsefasen, vid ökande R_{nc}, av överkritisk strömning, inom vilken motståndskoefficienten enligt fig 6 är tämligen konstant för en vingprofil, ansätts i /3/ och /4/ generellt:

$$(33) \qquad C_{D_T A_2} = C_F^{*}\left[1 + 2\frac{t}{c} + 60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right] \qquad \text{(Fixt } C_F\text{-värde enl nedan)}$$

*) I /4/ har här som C_F ansatts friktionskoefficienten enligt Schoenherr, ekv (7), s.21, vid $R_{nc} = 10^7$, dvs $C_F = 0{,}00293$, som kan jämföras med motsvarande ITTC-57-värde, ekv (8), s.21, $C_F = 0{,}00300$. Detta värde torde lika väl kunna användas som det förstnämnda inom det ovan angivna R_{nc}-området.

IV. För $R_{nc} > 10^7$ gäller nedanstående samband inom det överkritiska strömningsområde där motståndskoefficientkurvorna i stort löper parallellt med "plattfriktionskurvan" för turbulent strömning.

(34) $$C_{D_T A_2} = C_F\left[1 + 2\frac{t}{c} + 60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right] \qquad (R_{nc}\text{-beroende } C_F\text{-värde})$$

I /10/är här som C_F angiven en approximativ form för Schoenherrs friktionslinje, nämligen $0{,}03R_{nc}^{-0{,}1428}$. Det visar sig att denna linje ligger närmare ITTC-57-linjen än Schoenherr-linjen. ITTC-57-linjen kan väl tillämpas här i stället för den i /10/ angivna.

Ekvationerna (33) och (34) kommer ursprungligen från ref /3,s.6-6/ och anses gälla profiler där maximal tjocklek ligger vid ca 30% av kordan från framkanten. Genom C_F:s position i ekvationerna kan det se ut som om de endast gäller friktionsdelen av motståndet, men så är inte fallet. I /3/ visas att även tryckmotståndsdelen kan anses vara proportionell mot C_F, vilket även antytts här på sidorna 31 och 33. I nämnda ekvationer gäller att

(35)
$$\begin{cases} 0{,}003\left(1+2\frac{t}{c}\right) \text{ för } 5\cdot10^5 < R_{nc} < 10^7 \\ \text{och } C_F\left(1+2\frac{t}{c}\right) \text{ för } R_{nc} > 10^7 \end{cases} \Bigg\} \text{representerar friktionsmotståndsdelen } C_{D_F A_2}\text{, med formbidragstermen } 2t/c$$

$$\begin{cases} 0{,}003\cdot60\left(\frac{t}{c}\right)^4 \text{ för } 5\cdot10^5 < R_{nc} < 10^7 \\ \text{och } \quad C_F\cdot60\left(\frac{t}{c}\right)^4 \text{ för } R_{nc} > 10^7 \end{cases} \Bigg\} \text{representerar tryckmotståndsdelen } C_{D_p A_2}$$

Av ekvationerna (35) framgår att för tex t/c = 0,15 utgör friktionsmotståndet för en profil, utan hänsyn till ändmotstånd mm (enl pkt 1.4.1.4), nära 98% av totalmotståndet. Följande exempel ger en uppfattning om storleksordningen av rodermotståndet för en snabbgående båt, exklusive tilläggsmotstånd.

Exempel 1: Roder med strömlinjeformad sektion och skarp bakkant

c = 0,50 m = medelkorda
h = 0,75 m = roderhöjd
t = 0,075 m = max tjocklek av medelsektionen
t/c = 0,15
V = 18 m/s (35 knop) $\qquad R_{nc} = \frac{Vc}{\nu} = 7{,}5\cdot10^6$ (se fig 6)
ρ = 1015 kg/m^3
$\nu = 1{,}2\cdot10^{-6}$ m^2/s $\qquad A_2 = 2ch = 0{,}75$ m^2

Ekv (33) ger: $C_{D_T A_2} = 0{,}0040$; $D_T = \frac{1}{2}\rho V^2 A_2 C_{D_T A_2} =$ 492|N| totalmotstånd
Ekv (35) ger: $C_{D_F A_2} = 0{,}0039$; $D_F =$ 481|N| frikt.motst.,vari ingår formbidrag $0{,}003\cdot2t/c = 0{,}0009$; $D_{F(form)} =$ 111|N|
Ekv (35) ger: $C_{D_p A_2} = 0{,}00009$; $D_p =$ 11|N|, tryckmotst., ingår i D_T

Kommentarer till mom 1.4.1.1, speciellt ekv (33) och (34)

Ekvation (33), med ett giltighetsomfång som i praktiken täcker det för segelbåtskölar och roder mest aktuella R_{nc}-området (jfr Fig 6, s.32), samt ekvation (34) för högre hastighet/stor kölkorda, gäller i första hand profiler, där maximala tjockleken (t_{max}) ligger vid ca 30% av kordan från profilens framkant (x/c = 0,3). Detta medför att tryckminimum ligger långt fram på profilen, omkring positionen x/c = 0,1. Det är sålunda fråga om "icke laminära profiler" som lyftkrafts- och motståndsmässigt har förutsättning att fungera bättre i naturlig, turbulent miljö än s.k. "laminärprofifiler" vid för köl och speciellt för roder aktuella anfallsvinklar.

Utpräglade laminärprofiler med läget för tryckminimum x/c $\geq$ ca 0,5 har begränsad användning för segelbåtskölar pga avlösningstendenser vid snedanströmning. För roder anses dessa profiler "förbjudna".

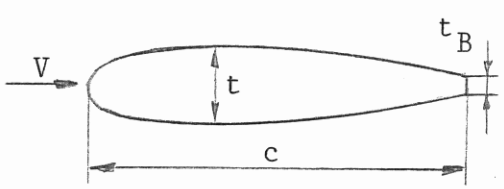
Jämförelse mellan å ena sidan enligt ekv (33) och (34) framtagna motståndsnivåer med å andra sidan de försöksbaserade värdena i Figur 6, visar genomgående mellan ca 20 och 40% högre nivå för "ekvationsvärdena". Denna diskrepans i motståndsvärden utreds närmare i
./11 Bilaga 11, där bedömningen efter ingående analys blir att ekvationerna (33) och (34) ger nivåer för totalmotståndet som väl bör motsvara "fullskalestatus" i utvecklad turbulent miljö.

I Bilaga 11 visas f.ö. en enkel metod att få fram ovannämnda "fullskalestatus" via de speciella försök med turbulensstimulator ("NACA standard roughness"), som redovisas i försöksdiagrammen. I smband med detta finner man att de motståndskurvor som ligger till grund för Fig 6 visar låga motståndsvärden i parallellströmning, i full paritet med försöken enligt ref /1/, vilka dock är begränsade till t/c under 0,25.

Det principiellt intressanta med Fig 6 är mera bilden av hur motståndskoefficienten för vingprofiler och andra profilformer varierar med Reynolds´tal och tjockleksförhållandet t/c, än framtagna absolutvärden.

1.4.1.2 Motstånd av vingprofiler med avskuren bakkant

Fig 6 och i pkt 1.4.1.1 återgivna formler för beräkning av symmetriska vingprofilers motstånd i parallellströmning gäller profiler med skarp bakkant. I praktiken kan det tillverknings- och underhållsmässigt vara olämpligt att tex ge roder en skarp bakkant. Under vissa förhållanden kan det även vara förmånligt att utforma roder med avskuren bakkant. Det kan gälla att unvika vibrationsbenägenhet eller att förbättra manöveregenskaper vid höga hastigheter. Detta sker dock inte motståndsmässigt "gratis", vilket behandlas i det följande.



Figur 8 här intill visar en vingprofil där den avskurna bakkanten har bredden t_B och utsträckningen h i längsled. Basytan $A_B = t_B \cdot h$.

Vid anströmning framifrån uppstår ett bakkants-tryckmotstånd D_{pB} som adderas till totalmotståndet för en motsvarande profil med skarp bakkant. I det följande bortses från motståndstillägg för vingens fria ändar, vilket behandlas separat i pkt 1.4.1.4.

Med ledning av ref /3, s.3-21/ och ekvationerna (35) för motståndsuppdelning kan följande formler för profilens totalmotstånd D_T härledas, se bilaga 12. Här återges resultatet.
./12

Med A_B enligt ovan och $A_2 = 2ch$, dvs vingens dubbla i kordaplanet projicerade yta, blir resultatet följande:

För $5 \cdot 10^5 < R_{nc} < 10^7$:

$$D_T = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[A_2 \cdot 0{,}003 \left(1+2\frac{t}{c} + 60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right) + A_B \cdot 0{,}14 \left(0{,}003\left(1+2\frac{t}{c}\right)\frac{A_2}{A_B}\right)^{-1/3}\right] \tag{37}$$

För $R_{nc} > 10^7$:

$$D_T = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \left[A_2 C_F \left(1+2\frac{t}{c} + 60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right) + A_B \cdot 0{,}14 \left(C_F\left(1+2\frac{t}{c}\right)\frac{A_2}{A_B}\right)^{-1/3}\right] \tag{38}$$

Här representeras bakkantmotståndet av den andra sammanhängande termen inom den stora klammern. C_F enligt ITTC-57 tillämpas. *)

I det följande exemplifieras användning av ekv (37) med tillämpning på rodret i exempel 1, s.38.

*) Anm: ITTC-57, ekv (8), s.21 med $R_n = R_{nc} = \frac{V \cdot c}{\nu}$, där c är profilens korda.

Exempel 2: Roder enligt exempel 1, men med bakkantsbredden t_B.

$t_B = 0{,}02$ m $t/c = 0{,}15$ $t = 0{,}075$ m

$A_B = t_B h = 0{,}015$ m^2 $R_{nc} = 7{,}5 \cdot 10^6$ $c = 0{,}50$ m

$A_2 = 0{,}75$ m Ekv (37) gäller

Ekv (37) ger $D_T = 1088$ |N|, en avsevärd ökning relativt 492 |N| vid skarp bakkant enligt exempel 1 och ett förvånansvärt högt absolutvärde.

Minskas V från 18 m/s till 4 m/s erhålls följande absolutvärden:

Roder med skarp bakkant: $D_T = 24$ |N|

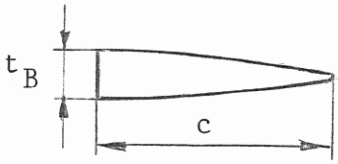
Roder med avskuren bakkant: $D_T = 54$ |N|

1.4.1.3 Motstånd av profiler speciellt utformade för avlösning, kavitation eller ventilation vid bakkanten

Roder för snabba båtar ges i vissa fall en i stort kilformad sektion, kännetecknad av att den rakt avskurna bakkanten eller basen har den största sektionstjockleken. Avsikten med denna utformning är att i möjligaste mån koncentrera avlösning, kavitation eller ventilation till bakkanten. Därmed minskar risken för instabilitet och erosion, som kan förorsakas av okontrollerad avlösning eller kavitation på rodrets sidoytor. Vid roderutslag säkerställs god anliggning av strömningen på trycksidan även vid små rodervinklar (ingen "dödgång") och sugsidan är avlösnings- eller kavitationsfri upp till en större rodervinkel än vad gäller roder med konventionell vingsektion. Även tex axelbärarstöttor kan ges en sådan kilformad sektion för att minska risken för kavitationserosion.

Exempel på berörd sektionsutformning framgår i princip av nedanstående figur, där tex för ett roder höjden är = h. Ref /3/.

Figur 9

		"k-värden" för profilerna
	Kilformad sektion	$k = \frac{2}{\pi} = 0{,}64$
	Parabelformad sektion	$k = \frac{\pi}{8} = 0{,}39$
	Sektion sammansatt av cirkelbågar	$k = 0{,}28$

För att ett roder skall vara totalkaviterande måste det ligga väl indraget under akterskeppet så att inte luft kan sugas ner bakom profilens bakkant. Vill man däremot ha säker bakkantsventilation förordas ett utförande där rodrets översta del skär vattenytan vid planingsfart. Ett roder vars övre kant ligger nära vattenytan kan, även om endast rodrets aktersta del skjuter ut akterom akterspegeln, bli ventilerat, dock med risk för att ventilationen kan bli oregelbunden.

För båtar som i huvudsak skall operera i farter i eller över ca 30 knop förefaller det närmast ofrånkomligt att använda roder utformade för totalkaviterande eller totalventilerande bakkant. Därför är det motiverat att dokumentera beräkning av dessa roders motstånd, som är avsevärt vid höga farter,

Motståndet för dessa profiler sammansätts av profilmantelns tryckmotstånd och friktionsmotstånd samt profilbasens tryckmotstånd. Därtill kan komma motstånd av fri ända, interferensmotstånd och om profilen skär genom vattenytan, alltid ett sprutmotstånd. Se pkt 1.4.1.4, s.47.

I det följande återges formler för beräkning av motståndet för de ovan visade profiltyperna, i första hand aktuella i rodersamman-
./13 hang. Hur formlerna kommit till redovisas i Bilaga 13.

Här förklaras först de i ekvationerna förekommande termerna.

A_1 = den i kordaplanet projicerade ytan $|m^2|$ = c·h för ett roder
A_2 = $2A_1$ = 2ch för ett roder, den dubbla projicerade ytan
c = profilkordan |m|
C_F = friktionskoefficienten. Se Anm. längst nere på s. 40.
g = tyngdkraften acceleration 9,81 m/s^2
h = tex ett roders höjd |m|
h_w = ett djup under vattenytan |m|, tex medeldjupet för ett roder
k = en koefficient beroende av profilform. Se fig på s.41.
p_o = statiska trycket |Pa| i ostört vatten vid aktuellt djup h_w.
p_o = atmosfärstrycket + hydrostatiska trycket, vid medelluftryck alltså = ca 100 000 + $\varrho g h_w$ |Pa|
t_B = bredden av profilens bas |m|
V = hastigheten |m/s|
ϱ = vattnets densitet $|kg/m^3|$
$C_{D_p A_2}$ = tryckmotståndskoefficient relaterad till ytan A_2
$C_{D_T A_2}$ = totalmotståndskoefficient relaterad till ytan A_2

$C_{D_pA_1}$ och $C_{D_TA_1}$ = mot ovanstående svarande koefficienter relaterade till ytan A_1

D_p resp D_T fristående och som index gäller tryckmotstånd resp totalmotstånd.

Tryckmotståndskoefficienten för totalkaviterande, icke kaviterande och icke ventilerade profiler kan med god approximation ges samma värde:

(39) *) $$C_{D_pA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2 \left(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right) = \frac{D_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2}$$

$$C_{D_pA_1} = 2\cdot C_{D_pA_2} = \frac{D_p}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1}$$, vilket gäller generellt

Tryckmotståndskoefficienten för en totalventilerad profil:

(40) *) $$C_{D_pA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2 \left(1+\frac{hg}{V^2}\right)$$ och $C_{D_pA_1} = 2\cdot C_{D_pA_2}$

Totalmotståndskoefficienten för totalkaviterande, icke kaviterande och icke ventilerade profiler:

(41) *) $$C_{D_TA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2 \left(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right) + C_F = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2}$$

$$C_{D_TA_1} = 2\cdot C_{D_TA_2}$$

C_F enl ITTC-57, ekv (8), s.21. Se Anm. längst nere på s. 40.

Totalmotståndskoefficienten för en totalventilerad profil, med hänsyn även tagen till att naturlig ventilation alltid är förenad med ett sprutmotstånd, som representeras av nästsista termen i ekvationen, se pkt 1.4.1.4, C).

(42) *) $$C_{D_TA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2 \left(1+\frac{hg}{V^2}\right) + 0{,}12\frac{t_B^2}{ch} + C_F$$

$$C_{D_TA_1} = 2\cdot C_{D_TA_2}$$

*) Anm: till dessa motstånd kan komma tillägg för fri ända och ininterferens. Se pkt 1.4.1.4, s.47 och 1.5.2, s.60.

Exemplen 3 och 4 längre fram belyser storleksordningen av differensen mellan de olika alternativen av roder för snabba båtar, även i jämförelse med mera konventionellt utförande (exempel s.38).

Om användande av naturlig ventilation övervägs bör man känna till sambandet mellan ventilationsdjup och fart.

./13 Eligt ekv (13:7) i Bilaga 13 är medeltryckskoefficienten för en ventilerad profil med djupet h under vattenytan

(43) $$C_{pm} = -\frac{hg}{V^2}$$, vilket kan skrivas $$C_{pm} = -\frac{1}{F_{nh}^2}$$, där

(44) $$F_{nh} = \frac{V}{\sqrt{gh}}$$ är Froudes tal baserat på djupet h

F_{nh} har kommit till användning tex för att bestämma den fart vid vilken avlösning sker vid en båts akterspegel med djupet h under vattenytan genom $V = F_{nh}\sqrt{gh}$ och för att beräkna ventilationsdjupet för ett för ventilation utformat roder vid viss fart genom sambandet $h = V^2/(F_{nh}^2 g)$.

Det F_{nh} som bestämmer sambandet mellan ventilationsdjupet och hastigheten är olika för olika profiler eller kroppar. I referens /3,s.10-15/ anges värdet $F_{nh} = 3{,}2$ för en sektion med cirkelbågformade sidoytor, i likhet med den nedersta profilen på sida 41, med t/c = 0,15. Detta F_{nh}-värde antages vara representativt för roder utformade för naturlig ventilation.
Härav följer sambandet för ventilationsdjupet h_v:

(45) $$h_v = \frac{V^2}{(3{,}2)^2 \cdot 9{,}81} \cong 0{,}01V^2 \,|m|\,(\text{om } V \text{ i m/s})$$

Om man tillämpar denna relation som kriterium för ventilationsdjup för här aktuella profiler och ansätter "tumregeln" Froudes tal baserat på en båts vattenlinjelängd $F_{nL} = V/\sqrt{gL} = 1{,}0$ som kriterium för begynnande planingsfart för en för planing konstruerad båt, får man sambandet $F_{nl}^2 = V^2/gL = 1$ och $V^2 = gL$, varmed enl (45)

(46) $$h_v = L/(3{,}2)^2 \approx 0{,}1 \cdot L$$

Detta visar tex att en planande båt med vattenlinjen L = 10 m helt ventilerar ett kilformat roder ner till 1 m djup redan i början av den egentliga planingsfarten dvs ca 10 m/s i detta fall enligt det ansatta kriteriet (F_{nL}=1). Detta förutsätter att rodret vid denna fart skär vattenytan i avlösningszonen akterom akterspegeln. Se f.ö. s. 41-42.

Ett större förhållande mellan roderdjup och vattenlinjelängd än 0,1 är knappast aktuellt för planande båtar. Beträffande motståndet för ventilerade roder för planande båtar, vid för dessa lämpad arbetsfart, bör man sålunda generellt kunna räkna med total ventilation vid härför lämpad roderutformning.

Följande exempel ger en uppfattning om storleksordningen av tryck- respektive totalmotståndet för de alternativa roderkonditioner, för vilka beräkningsunderlag är sammanställda på sidan 43.

Exempel 3: Roder med samma huvuddimensioner som i exempel 1, s.38, men med parabelformad sektion med maximal bredd vid bakkanten.

c = 0,5 m = medelkorda
h = 0,75 m = roderhöjd. I fall a) nedan sättes h_w = 0,6 m
t_B = 0,075 m = bakkantsbredd
t_B/c = 0,15
$A_2 = 2ch$ = 0,75 m^2
k = 0,39 enl fig på s.41
V = 18 m/s (35 knop) $\qquad \rho$ = 1015 kg/m^3
$R_{nc} = 7{,}5 \cdot 10^6$ ger C_F = 0,00316 $\qquad p_o = 100\,000 + \rho g h_w$

a) Totalkaviterande profil får mycket nära samma motstånd som icke kaviterande och icke ventilerande profil.

Tryckmotståndet enl ekv (39): D_p = 890 |N|
Totalmotståndet enl ekv (41): D_T = 1280 |N|

Med propulsionsverkningsgraden 0,5 betyder detta ett effektbehov för rodermotståndet $P_{rod} = (1280 \cdot 18)/(0{,}5 \cdot 1000)$ = 46 |kW|!

b) Ventilerad profil.

Tryckmotståndet enl ekv (40): D_p = 553 |N|
Totalmotståndet enl ekv (42): D_T = 1164 |N|
Därav utgör sprutmotståndet D_{sp} = 222 |N|

Vid denna fart, 18 m/s, är alltså skillnaden liten mellan motstånden för icke ventilerat respektive ventilerat roder beroende på sprutmotståndet.

Vid jämförelse med exempel 1, s.38, finner man att utformning av roder enligt vad som gäller i exempel 3, vilket förordas för höga

farter, kostar ganska mycket i totalmotstånd, i detta fall en ökning med en faktor av storleksordningen 2,5. Hur det förhåller sig vid en lägre fart belyser följande exempel.

Exempel 4: Roder med samma huvuddimensioner som i exempel 1 och 3, men farten minskad till V = 10 m/s, som ger $R_{nc} = 4{,}14 \cdot 10^6$ och $C_F = 0{,}00352$.

a) Roder med skarp bakkant, profil enligt exempel 1.

Ekv (33):	D_T = 152	|N|	Totalmotståndet
Ekv (36)	D_p = 4	|N|	Tryckmotståndet
Ekv (35)	D_F = 148	|N|	Friktionsmotståndet

b) Icke ventilerat roder med profil enligt exempel 3.

Ekv (41):	D_T = 650	|N|
Ekv (39):	D_p = 516	|N|
	D_F = 134	|N|

c) Ventilerat roder med profil enligt exempel 3.

Ekv (42):	D_T = 382	|N|	
Ekv (40):	D_p = 179	|N|	
Ekv (49):	D_{sp} = 69	|N|	Sprutmotstånd enl pkt 1.4.1.4, C)
	D_F = 134	|N|	

Vid denna för en planande båt relativt låga fart är det ventilerade rodrets tryckmotstånd endast ca 1/3 av det icke ventilerade rodrets vid samma roderutformning. För totalmotståndet reduceras relationen till 1/1,7. Här ger alltså ventilationen en förhållandevis större motståndsvinst än vid den högre farten i exempel 3. Vid jämförelse med rodret med skarp bakkant ser man att totalmotståndet för "högfartsrodren" är större med en faktor ca 2,5 fortfarande för det ventilerade rodret men med faktorn drygt 4 för det icke ventilerade rodret.

1.4.1.4 Speciella tilläggsmotstånd för bihang med vingprofil såsom kölar, roder, fenor och axelbärarstöttor

Utöver de motstånd för rubricerade anordningar som redovisats ovan under pkt 1.4.1.1-.3 förekommer vissa mindre motståndskomponenter värda att känna till i samband med såväl utformning av som motståndsberäkning för bihang av olika slag. Detta behandlas nedan, fortfarande gällande profiler i parallellströmning.

A) Interferensmotstånd

Vid anslutningen mellan ett bihang, tex en segelbåtsköl, och skrovet uppstår ett interferensmotstånd, här benämnt D_I, genom den virvelgata som de båda ytornas gränsskikt samverkar till. Inledningsvis kan nämnas att interferensmotståndet förstärks vid snedanströmning (tex kölinfästning vid avdrift), vilket redovisas inom mom 1.5.1,c), s.58.

På empiriskt underlag anges i /3, s.8-10/ följande uttryck för koefficienten för interferensmotståndet i parallellströmning:

(47) $$C_{D_I t} = \frac{D_I}{\frac{1}{2}\rho V^2 t^2} = 0{,}75(t/c) - 0{,}0003/(t/c)^2,$$ där t^2 är referensyta.

t = största sektionstjocklek vid anslutande yta
c = sektionskorda vid anslutande yta

Genom att sätta ekvationens högra led = 0, vilket är detsamma som $0{,}75 - 0{,}0003/(t/c)^3 = 0$, får man $t/c = (0{,}0003/0{,}75)^{1/3} = 0{,}0737$.

För $t/c > 0{,}074$ är alltså $C_{D_I t}$ och D_I positiva, då gäller (47).

(48) För $t/c < 0{,}074$ är enl (47) $C_{D_I t}$ och D_I negativa, vilket man torde få bortse från!

För anpassning till i andra sammanhang tillämpad motståndskoefficient kan ekv (47) omformas tex till:

(49) $$C_{D_I A_2} = \frac{D_I}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2} = \frac{t^2\left[0{,}75(t/c) - 0{,}0003/(t/c)^2\right]}{2c_m h}$$ genom multiplikation med $t^2/A_2 = t^2/2c_m h$

t och c enligt ovan (47)
c_m = bihangets medelkorda
h^m = bihangets höjd eller tex kölens djup under botten
A_2 = bihangets dubbla i cordplanet projicerade yta = $2c_m h$, som i detta fall är motståndskoefficientens referensyta.

Av ovanstående framgår att det från motståndssynpunkt är fördelaktigt om tex en kölprofil är slank vid infästningen. Hållfasthetsmässigt kan detta vara mindre lämpligt. En konkav rundning mellan köl och skrov (hålkäl,"fillet","fairing") minskar interferensmotståndet. I /6/ anges att en motståndsmässigt lämplig hålkälsradie kan vara 4-6 % av kordalängden, vilket speciellt gäller kölens akterparti, där för övr. väl utförd utturning mot skrovet är viktig. Föröver kan radien successivt minskas till nära noll vid förkant. Genom sådan hålkäl torde interferensmotståndet kunna minskas med upp till ca 20 %. Hålkäl är även hållfasthetsmässigt rekommendabel.

B) Motstånd av fri ända

Tidigare här redovisade formler för beräkning av profilmotstånd gäller sk tvådimensionella förhållanden, dvs inverkan av ändlig spännvidd med fri ända har inte beaktats. Sådan motståndsökning berörs i /3,s.6-4/. Där har genom analys av modellförsök tagits fram följande överslagsmässiga formel för koefficienten för motståndstillskottet av en fri vingända (index "tip") med c^2 som referensyta:

(50)
$$C_{D_{tip}c} = \frac{D_{tip}}{\frac{1}{2}\rho V^2 c^2} = 0{,}075(t/c)^2 \quad \text{varmed}$$

$$D_{tip} = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \cdot 0{,}075\ t^2$$

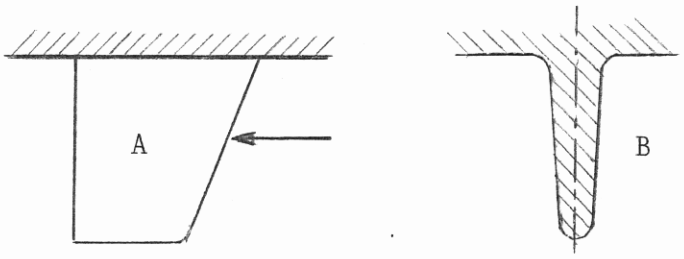
Alternativt med ref.ytan $A_2 = 2c_m h$, jfr (49), erhålls motståndskoefficienten genom multiplikation med c^2/A_2:

$$C_{D_{tip}A_2} = \frac{D_{tip}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2} = 0{,}075\frac{t^2}{2c_m h}$$

t = ändprofilens max tjocklek
c = ändprofilens korda
c_m = tex kölens medelkorda
h = tex kölens höjd (djup)

Av /3/ framgår att ändeffekten kan reduceras om den fria ändan är rakt avskuren i kordaled (Anm: under förutsättning att det någorlunda överensstämmer med strömningsriktningen) och har väl avrundade kanter, i princip enligt Fig 10. Avrundningen sker visserligen i viss mån på bekostnad av tex en köls avdriftsreducerande förmåga vid oförändrad planform, vilket kan kompenseras med något ökad höjd. Den totala motståndsminskningen kan därmed vara oviss.

Fig 10



Ändmotståndet påverkas även av snedanströmning, se mom 1.5.1:d), s.59.

För vidare information om detaljutformning av kölar och roder för segelbåtar kan bl a hänvisas till ref /6/ och /7/, som ingående belyser hithörande problem.

Exempel 5. För att belysa storleksordningen av motståndsbidragen genom interferens och fri ända enligt ovan visas här ett exempel baserat på kölen till havskryssaren YD-40, som presenteras i /7/ med bl a dimensioner och vissa motståndsuppgifter enl följande.

L_{WL} = 10,02 m. Längd i vattenlinjen
Δ = 8120 kg. Deplacementet
R_T = ca 1200 N. Totalmotståndet vid V = 3,5 m/s i lugnt vatten utan avdrift.
$c_ö$ = 1,85 m. Kölprofilens övre korda
c_n = 1,05 m. Kölprofilens nedre korda

Kölens tjockleksförhållande ansättes med två värden, $(t/c)_1 = 0,10$ resp. $(t/c)_2 = 0,12$, vilket ger:

$t_{ö1}$ = 0,185 m resp $t_{ö2}$ = 0,222 m, övre kölprofilens max. t-värden
t_{n1} = 0,105 m resp t_{n2} = 0,126 m, nedre kölprofilens max. t-värden

Beräkningen görs med ansatsen att kölen är infästad till skrovet utan "fillet" och att kölens nedre ända är avskuren i kordaled, utan avrundning tvärskepps. (Denna ansats gäller inte i verkligheten. YD-40 är avbildad i fig 2:3 i bilaga 2).

Interferensmotståndet D_I beräknas enl ekv (47) och ändmotståndet D_{tip} beräknas enl ekv (50) för V = 3,5 m/s och ρ = 1015 kg/m^3.

D_I = 9,6 N eller 0,8 % av R_T
D_{tip} = 5,1 N eller 0,4 % av R_T
} för $(t/c)_1 = 0,10$, där { $t=t_{ö1}$ för D_I ; $t=t_{n1}$ för D_{tip}

D_I = 21,2 N eller 1,8 % av R_T
D_{tip} = 7,4 N eller 0,6 % av R_T
} för $(t/c)_2 = 0,12$, där { $t=t_{ö2}$ för D_I ; $t=t_{n2}$ för D_{tip}

I detta fall är interferensmotståndet klart dominerande över ändmotståndet. Se f.ö. sida 48 beträffande motståndsreducerande åtgärder.

C) Sprutmotstånd

För exempelvis roder eller bärplansstöttor som skär genom vattenytan tillkommer ett sprutmotstånd, vilket enligt /3, s.10-13/ analyserats på basis av modellförsök. Därigenom har man kommit fram till nedanstående uttryck för koefficienten $C_{D_{sp}t}$ (C_{Dt} i originalversionen) för sprutmotståndet D_{sp}. Ekvationen gäller för ett relativt hastighetsområde, svarande mot Froudes tal, baserat på profilkordan c vid vattenytan, dvs $F_{nc} = V/\sqrt{g \cdot c}$ högre än värdet 3.

(51)
$$C_{D_{sp}t} = \frac{D_{sp}}{\frac{1}{2}\rho V^2 t^2} = 0,24$$

$$D_{sp} = \tfrac{1}{2}\rho V^2 \cdot 0,24 t^2$$

$$C_{D_{sp}A_2} = \frac{D_{sp}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2} = 0,24 \cdot \frac{t^2}{A_2} = 0,12 \cdot \frac{t^2}{c_m h}$$

t = max sekt.tjocklek vid vattenytan
t^2 = motståndskoefficientens ref.yta

Alternativt med referensyta tex $A_2 = 2c_m h$ för ventilerat roder, jfr (49):

Detta är alltså en motståndskoefficient som skall beaktas vad gäller ventilerade profiler (se pkt 1.4.1.3, ekv 42 och exempel 3b, s.45).

D) Inverkan av ytråhet

I de motståndsredovisningar som gjorts fr.o.m. mom 1.4.1. (s.36) t.o.m. pkt C) ovan (inom mom 1.4.1.4) gäller för friktionsmotståndet konsekvent "hydrauliskt slät" profilyta. Eventuellt högre värde på friktionsmotståndet för aktuell ytråhet, representerad av en viss kornstorlek (k_s), kan beräknas enligt mom 1.3.6 (s.29) och Bilaga 10, där diagrammet i Fig 10:2 kan utnyttjas.

Ytråheten påverkar förutom motståndet även en snedanströmmad vingprofils lyftkraft, dock främst vid relativt stora anfallsvinklar. Detta redovisas på s.55-56 inom mom 1.5.1 (s.51) och ./15 i Bilaga 15.

1.5 Osymmetriskt anströmmade symmetriska vingprofiler

Hittills har, inom mom 1.4.1 (s.36-50), behandlats motstånd i parallellströmning av symmetriska vingprofiler, alltså utan lyftkraft och därtill hörande motståndspåverkan. Där visade ekvationer berör huvudsakligen motordrivna båtars undervattensbihang såsom roder i neutralläge och axelbärarstag lämpade för olika fartområden. För segeldrivna båtar är effektiv sidokraftalstrande snedanströmning mot vingprofiler för köl och roder grundläggande för gynnsam framdrift. Sålunda är följande utredning begränsad till väl dokumenterade vingprofiler med skarp bakkant.

I denna skrift skulle det föra för långt att göra en någorlunda fyllig sammanställning av utprovade profiler för användning i segelbåtskölar och -roder med hydrodynamiska data för varierande anfallsvinkel och inverkan av detaljutformningens parametrar för profil och planform etc. I stället hänvisas till speciallitteratur inom detta område, exempelvis följande, som ingår i litteraturförteckningen med nr /1/,/6/,/7/,/8/. För övrigt bör det numera finnas möjlighet att med avancerade datorprogram simulera strömningssituationer för vingprofiler.

I det följande har emellertid sammanställts dels allmängiltiga approximativa metoder för beräkning av lyftkraft och därmed sammanhängande motståndspåverkan samt även andra motståndskomponenter för vingprofiler, dels även vissa synpunkter på val av profiler för segelbåtskölar och roder.(Se även s.34-36).

Som allmän introduktion till ovannämnt klarläggande ges i Bila-
./14 ga 14 en schematisk bild av dynamiken bakom vingars lyftkraft och motstånd. Där visas en vingprofil, och som jämförelse en plan skiva "utan tjocklek", som med viss anfallsvinkel och hastighet möts av ett homogent strömningsfält.

1.5.1 Lyftkraft och motstånd för snedanströmmade symmetriska vingprofiler i två- och tredimensionellt betraktande

Begreppet tvådimensionell i här aktuellt samband har definierats i inledningen till mom 1.4, s.31. Här kan förtydligas med att tvådimensionell status även omfattar snedanströmning mot en oändligt lång vinges profilsnitt.

Tredimensionell innebär ändliga vinglängder/köldjup, även med varierande planform, samt verklighetsförankrade konsekvenser i strömningstekniska sammanhang.

Lyftkraft och motstånd för vingar, här begränsat att gälla symmetrisk profil, anströmmad med viss anfallsvinkel (avdriftsvinkel för segelbåtar) inom "rimliga gränser", dvs vinklar då inte nämnvärd avlösning sker på profilens sugsida, kan betraktas sammansatta av följande komponenter. (Observera anknytningen till mom 1.4.1, s.36 och inom detta mom speciellt pkt 1.4.1.4, s.47).

a) Det så kallade profilmotståndet i parallell- och snedanströmning.
b) Lyftkraft vid snedanströmning och därmed sammanhängade motståndspåverkan i två- och tredimensionellt betraktande.
c) Interferensmotstånd vid vingens/kölens infästning. Påverkan av snedanströmning.
d) Motståndsbidrag av fri ända vid snedanströmning.

För dessa lyftkrafts- och motståndskomponenter ges i det följande närmare information, som i slutavsnittet utgör en sammanfattning med exempel, av dynamiken kring ändliga vingar/kölar/roder.

Anm: Här liksom generellt i andra icke dimensionsbestämda sammanhang tillämpas specifika dimensionsneutrala kraftkoefficienter (se mom 1.2,s.11). Detta ligger underförstått bakom när det tex nämns en tvådimensionell vinges lyftkraft eller motstånd, vilka i själva verket, totalt sett, är oändliga vid varje anfallsvinkel.

1.5.1:a),b). Profilmotstånd, lyftkraft och inducerat motstånd

Delmomenten a) och b) behandlas här gemensamt då lyftkraft och motstånd för vingprofiler är intimt sammanlänkade.

Benämningen profilmotstånd (eng: profile drag/section drag) är ett begrepp som faller inom "Anm" ovan. Profilmotståndet är sålunda en tvådimensionell vinges specifika totalmotstånd (friktions- och tryckmotstånd), vilket för en vinge med givna profildimensioner kan definieras som motstånd per längdenhet (i "spännviddsled") eller motstånd per ytenhet (längdenhet gånger kordalängd).
Denna senare ytrelaterade motståndskoefficient var här tidigare betecknad $C_{D_T A_1}$ *) eller $C_{D_T A_2}$, beroende på referensyta A, där D_T representerar profilmotståndet som totalmotstånd. I och med att efterföljande studie även omfattar en vinges andra motståndsdelar, införs i fortsättningen i stället koefficientbeteckningen $C_{D_s A_1}$, där D_s representerar profilmotståndet med index "s" för den engelska benämningen "section drag".(Detta för att enl ref /3,s.6-1/ undvika index "p" för den gängse alternativa benämningen "profile drag", där förväxling kunde ske med tryckmotstånd,"pressure drag").

*) Jfr Fig 6

Profilmotståndet, som anses teoretiskt utgöra det enda motstånd som drabbar en tvådimensionell vinge, har ett "grundvärde" vid anfallsvinkeln $\alpha = 0$ för symmetrisk vingprofil. Detta grundvärde har i annat sammanhang utretts i mom 1.4.1.1, s.36, där det resulterat i ekv (30)-(36).

Anfallsvinklar $\alpha > 0$ ger, fortfarande i tvådimensionell status, dels lyftkraft, dels, utgående från nämnt grundmotstånd, en viss motståndsökning, allmänt betraktad som ökat profilmotstånd.

Såväl lyftkraften som nämnda motstånd kan avläsas i speciella diagram, som för ett stort antal vingprofiler har publicerats i den "klassiska" ref /1/ (som fortfarande torde kunna beställas i bokhandel). Dessa diagram är baserade på omfattande modellförsök i vindtunnel med NACA vingprofiler. (Se f.ö. presentationen av vissa NACA-profiler på s.34-36). Tvådimensionell status simulerades här i princip enligt den metod som nämnts i mom 1.4, s.31, refererande till Fig 6. I försöken enligt ref /1/ var modellernas verkliga spännvidd 3 fot och kordan var 2 fot.

./15 I Bilaga 15 visas ett urval av nyssnämnda lyftkrafts-/motståndsdiagram, gällande de serier som ovannämnda profiler tillhör. Det är två diagram för varje vingprofil, ett som visar "profilens lyftkraftskoefficient", i /1/ benämnd c_l, som funktion av anfallsvinkeln α, och ett som visar sambandet mellan det mot α svarande c_l och "profilens motståndskoefficient", benämnd c_d. På diagramblad sida 1 i bilagan finns förklaring till de olika kurvorna och på diagramblad s.2 är inritad grafisk utvärdering med anknytning till Exempel 6 här i textdelen, på s.63.

Båda nämnda diagram behövs alltså för att bestämma c_d, men det finns en genväg. Det visar sig att c_l-kurvan är så gott som rätlinjig för varje vingprofil, speciellt inom för en segelbåt aktuellt avdriftsområde, och att denna linje har en mycket nära konstant lutning relativt α- axeln. För flertalet symmetriska vingprofiler är lutningen c_l/α^o mellan 1,0/10 och 1,1/10. Som lämpligt arbetsvärde är ansatsen 1,0/10 vanlig, dvs $c_l = 0{,}1 \cdot \alpha^o$, vilket direkt ger c_d i det högra diagrammet.

Det sålunda framtagna c_d-värdet i det tvådimendionella fallet i parallell- och snedanströmning kan anses gälla även för profilmotståndet i tredimensionell status, som utgångsnivå för det inducerade motståndet och andra förekommande motståndsformer enligt pkt b), c) och d) på föregående sida, behandlade i det följande.

Ovanstående koefficienter för lyftkraft och motstånd, i ref /1/ benämnda "section lift coefficient" c_l resp "section drag coefficient" c_d, kan tolkas på följande sätt:

(60)
$$c_l = \frac{l}{\frac{1}{2}\rho V^2 c} \qquad c_d = \frac{d}{\frac{1}{2}\rho V^2 c}$$

l = lyftkraft per längdenhet av vingen
d = motstånd per längdenhet av vingen
$\frac{1}{2}\rho V^2$ = det dynamiska trycket
c = vingprofilens korda
c_l och c_d är dimensionslösa (eller -neutrala) då l och d definieras enl. ovan

I bestämd form är lyftkraften $L = l \cdot b$ och motståndet $D = d \cdot b$, med l och d enl ovan och där b är ett ansatt längdavsnitt i "spännviddsled" av den oändliga vingen. Därmed kan ekv (60), med fortfarande tvådimensionell status, omformas till följande dimensionslösa koefficienter för vingavsnittets lyftkraft resp. profilmotstånd med projicerade ytan A_1 som ref.yta. Jfr "Anm" på s.52.

(61)
$$C_{LA_1} = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1}$$

(62)
$$C_{D_s A_1} = \frac{D_s}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1}$$

L = vingavsnittets lyftkraft
$*D_s$ = -"- profilmotstånd (section drag)
A_1 = -"- projicerade yta = $b \cdot c$
b = -"- bredd (spännvidd)
c = -"- korda
* (Index "s", se sida 52, sista st.)

Denna koefficientväxling, som alltså görs med oförändrade numeriska värden i diagramskalorna i Bilaga 15, ligger i linje med den praxis som här allmänt använts och som f.ö. överensstämmer med presentationen av mätresultaten från försök med fingerat tvådimensionella vingmodeller, redovisade inom mom 1.4, s.31-33.

Anm: D_s motsvarar vid $\alpha = 0$ det D_T som beräknas med ekv (33)-(34) inom mom 1.4.1.1, s.36, men observera skillnaden i referensyta A_1 resp. A_2, vilket erinras om i ekv (27)-(28), s.33.
Konstaterade betydande differenser mellan dessa beräkningsmetoder och NACA-diagrammens värden vid $\alpha = 0$ har i samband med utvärdering av diagrammet i Fig 6, s.32, ingående utretts i Bilaga 11. Utredninen kommer fram till god likhet härvidlag mellan NACA-diagrammen och Fig 6 inom det t/c- och R_{nc}-område som NACA-försöken omfattar för "icke laminärprofiler". Utredningen visar emellertid att beräkning med ekv (33) och (34) tydligen bättre än "laboratorieförsöken" motsvarar fullskaleförhållanden i utvecklad turbulent miljö. Se f.ö. kommentarer på s.39.

Diagrammen i Bilaga 15 är, som nämnts, exempel ur de tre profilserier som presenteras i Fig 7 och förklaras på s. 34-36 betr. serienumreringens samband med utformningen och hur denna i princip påverkar profilens egenskaper. Där framgår även att profiler

ur NACA 4-sifferserie är vanliga för segelbåtskölar och -roder. I Bilaga 15 representeras denna serie av den slanka profilen 0009 och den något fylligare 0012. De andra två nämnda profilserierna 63 och 65, där den senarenämnda kan klassificeras som "måttligt laminär", representeras i bilagan av 63-012, 63-021 ävensom 65-012 och 65-021. Vissa för- och nackdelar för dessa profiler har berörts i anslutning till Fig 7 (s.35-36).

I Bilaga 15 visas försöksvärden vid tre olika Reynolds´tal baserat på kordan, dvs R_{nc} = 3, 6 och $9 \cdot 10^6$, alltså ett R_{nc}-område aktuellt för segelbåtars kölar och roder. I detta sammanhang erinras om Fig 6, s.32, där man med hjälp av det nedre diagrammet kan pricka in aktuella R_{nc}-områden för tex kölar och roder, med ingångsvärden för profilens kordalängd och strömningshastigheten.

För nämnda tre R_{nc} är försöken gjorda med glatt yta ("hydrauliskt slät yta") på modellerna. Vid $R_{nc} = 6 \cdot 10^6$ är försöken även gjorda med sk "NACA standard ytråhet" med kornstorlek 0,4 promille av kordalängden, i detta fall ca 0,2 mm, täckande ett område ca 8% av kordan från framkanten på profilens båda sidor.

Utgående från det begränsade, men ändå för segelbåtars kölar och roder relevanta vingprofilsortimentet, representerat i Bilaga 15, ges i det följande kommentarer till där visat försöksresultat.

Som allmän kommentar kan först påminnas om att berörda diagram gäller tvådimensionella vingar. För dessa är ökningen av profilmotståndet med ökande anfallsvinkel - vilket anses gälla även i det tredimensonella fallet - jämförelsevis liten i relation till det lyftkraftsgenererade sk inducerade motstånd, som är en naturlig komponent i tredimensionell verklighet. Detta gäller främst vid jämförelse, å ena sidan mellan profilmotståndet inom det aktuella, relativt snäva avdriftsområdet (upp till ca 6^o) för segelbåtar, och å andra sidan motsvarande inducerat motstånd vid de relativt låga sidoförhållanden ("Aspect Ratio" AR) som är vanliga för konventionella segelbåtskölar. Texten längre fram belyser det inducerade motståndet och begreppet sidoförhållande (AR), bl.a.i slutavsnittets genomräknade "Exempel 6.

Mot denna bakgrund fortsätter här kommentarer till modellförsöksdiagrammen i Bilaga 15.

Man ser att lyftkraften för det mesta knappast alls påverkas av R_{nc}-variationen, med visst undantag för de tjocka profilerna 63- och 65-021 och att profilmotståndet vid $\alpha = 0$ är så gott som helt fritt från inverkan från R_{nc}. En naturlig förklaring till detta ger Fig 6, s.32, där man ser att motståndskurvorna för varierande t/c löper nära parallellt med R_{nc}axeln inom nämnt R_{nc}-område. De fylliga profilerna utgör dock även här ett visst undantag genom att motståndet vid $\alpha = 0$ ökar något med minskande R_{nc}. Det är här fråga om marginella värden som kan bero på skillnader i strömningsavlösning, för vilket fylliga profiler är mer känsliga än slanka profiler. I nämnda Fig 6 syns denna tendens, om än vid lägre R_{nc}, inom den "kritiska övergångsfasen".

Vid ökande anfallsvinkel, upp till 5 á 6^{o} ökar profilmotståndet inom 4-sifferserien tämligen samlat parabelliknande, varefter det blir en viss spridning, inom vilken motståndskoeffic. ökar med avtagande R_{nc}. För 63- och 65-serierna är bilden delvis en annan, åtminstone under ideala förhållanden, beroende på att en del av den främre profilytan har laminär strömning med förhållandevis lågt motstånd inom ett brett anfallsvinkel-område, som är bredare ju fylligare profilen är. Vid ökande anfallsvinkel utanför detta laminärområde kan motståndet dock öka brantare än vad fallet är för tex 4-sifferseriens 0009- och 0012-profiler. Bland exemplen i Bilaga 15 framgår detta tydligast för profil 65-021.

Man kan för övrigt ställa sig tvekande till att i realistisk havsmiljö, med vågrörelse och virvelbildning, kunna dra nämnvärd nytta av laboratoriemässigt konstaterade väl avgränsade laminära strömningsförhållanden, som även är känsliga för ökad ytråhet som "naturlig turbulensstimulering". Detta senare illustreras påtagligt i Bilaga 15 av de på föregående sida nämnda försöken med ytråhetsbeläggning på vingprofilerna. Resultatet blev, förutom omkring en fördubbling av profilmotståndet inom för kölar aktuellt anfallsvinkelområde, även helt ändrad karaktär av c_d-kurvorna för de fylliga "laminärprofilerna" i 63- och 65-serierna, där den för ändrad anfallsvinkel "toleranta" breda basen för c_d-kurvan försvann. För övrigt visade dessa försök en markant reduktion av det avlösningsfria området för lyftkraftskurvorna c_l.

I samband med eventuellt övervägande om tjocka profiler för kölar (tex av tyngdpunktsskäl) erinras om att med ökad profiltjocklek ökar förutsättningarna dels för ökat interferensmotstånd vid köl-

infästningen, dels även ökat vågbildningsmotstånd i krängda lägen. Det förstnämnda berörs närmare inom mom 1.5.1:c), s.58.

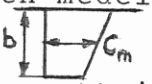
Lyftkraft och därmed sammanhängande motstånd tredimensionellt betraktat. Inducerat motstånd. Fortsättning av mom 1.5.1:a),b)

När en (simulerat) tvådimensionell vinge snedanströmmas utvecklas dels lyftkraft, kännetecknad av osymmetrisk tryckfördelning, i huvudsak övertryck på ena sidan (trycksidan) och undertryck på andra sidan (sugsidan), dels viss motståndsökning, allmänt betraktad som ökat profilmotstånd. Dessa företeelser kan man se i de tidigare presenterade diagrammen i Bilaga 15 för tvådimensionell status. Strömningsförloppet illustreras i Bilaga 14.
Om vingen har begränsad spännvidd (är tredimensionell), tex en segelbåtsköl, sker en överströmning från trycksidan till sugsidan, med viss trycksänkning och virvelbildning som följd. I jämförelse med det tvådimensionella fallet ger överströmningen dels reducerad lyftkraft/sidokraft, dels ett motståndstillskott, s.k."inducerat motstånd". För att bestämma dessa effekter kan beräkning göras med tillräcklig noggrannhet i de flesta fall enligt nedan:

För lyftkraftskoefficienten, definierad som $C_{LA_1} = L/(\frac{1}{2}\rho V^2 A_1)$, gäller:

(63) $$C_{LA_1} = \frac{C_{L2D}}{1 + \frac{2}{(AR)_e}} \cdot \alpha^o$$

L = lyftkraft/sidokraft för köl
A_1 = vingens/kölens projicerade yta
V = strömningshastigheten
α = anströmningsvinkeln
ρ = mediets densitet

C_{L2D} = lyftkraftskoefficienten per grad anfallsvinkel α i det tvådimensionella fallet. C_{L2D} motsvarar c_l-linjens lutning c_l/α i diagrammen i Bilaga 15, en lutning som enligt s.53 konstaterats ligga mellan 0,10 och 0,11. Ett värde man ser användas är 0,10.
Index 2D i C_{L2D} hänsyftar till tvådimensionell.
$(AR)_e$, det "effektiva" sidoförhållandet för en vinge eller tex en segelbåtsköl ("Effective Aspect Ratio"), förklaras på nästa sida.
AR = det geometriska sidoförhållandet, dvs förhållandet mellan en vinges spännvidd (b)- eller en köls djup (b)- och medelkordan c_m, dvs $AR = b/c_m$. Detta gäller för raka konturer, 

där c_m direkt kan bestämmas. Här kan c_m elimineras genom att införa den projicerade ytan $A_1 = b \cdot c_m$ eller $c_m = A_1/b$. Därmed kan definieras $AR = b^2/A_1$, ett vanligt uttryck generellt tillämpbart även för vingar/kölar med kurvade konturer. 

Genom sk speglingseffekt får tex en segelbåts köl, fästad vid båtens botten, ett skenbart större sidoförhållande, det ovannämnda effektiva sidoförhållandet $(AR)_e$, som ger en större sidokraft och reducerat inducerat motstånd jämfört med om speglingseffekten ej fanns. Teoretiskt är $(AR)_e = 2 \cdot AR$ för en vinge monterad vinkelrätt mot en oändligt stor plan skiva. Men tex för en köl, monterad på en begränsad, välvd bottenyta, är det verkliga effektiva sidoförhållandet mindre än det nämnda teoretiska. Överslagsmässigt förekommer dock approximationen $(AR)_e = 2 \cdot AR$ i ändliga sammanhang. I anslutning till Exempel 6, s. 63, med kommentarer fr. s.66, har olika relationer mellan $(AR)_e$ och AR beräkningsmässigt prövats.

För koefficienten för det inducerade motståndet D_i gäller:

$$C_{D_i A_1} = \frac{C_{LA_1}^2}{\pi (AR)_e} = \frac{D_i}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1} \quad \text{med } C_{LA_1} \text{ enligt ekv (63)} \tag{64}$$

Det inducerade motståndet för en ändlig vinge/köl, representerat av ovanstående $C_{D_i A_1}$, adderat till profilmotståndet, representerat av $C_{D_s A_1}$ i ekv (62) eller c_d i Bilaga 15, ger koefficienten för det totala ving-/köl-motståndet, "så här långt", utan övriga motståndsbidrag. Detta illustreras i Bilaga 15, på s.2.

$$C_{D_T A_1} = C_{D_s A_1} + \frac{C_{LA_1}^2}{\pi (AR)_e} = C_{D_s A_1} + C_{D_i A_1} \tag{65}$$

Anm: I det tvådimensionella fallet är $AR = \infty$, varmed $C_{D_T A_1} = C_{D_s A_1}$ = profilmotståndet.

1.5.1:c) Interferensmotstånd vid en vinges infästning påverkat av lyftkraft vid snedanströmning

I mom 1.4.1.4:A),(s.47) redovisas beräkning av rubr. interferensmotstånd i parallellströmning genom ekv (47)-(49). Vid snedanströmning uppstår lyftkraft och förändring av tryckförhållandena vid vingens/kölens infästning. Enl ref /3,s.8-10/ ökar detta motståndskoefficienten med ett tillägg, här betecknat $\Delta C_{D_I A_1}$, som approximativt är proportionellt mot andra potensen av lyftkraftskoefficienten C_{LA_1}. Enligt i ref /3/ grafiskt visat försöksresultat kan ansättas tillägget $\Delta C_{D_I A_1} = \text{ca } 0{,}05 \cdot C_{LA_1}^2$ för ensidig anslutning, varmed det totala interferensmotståndet vid snedanströmning kan, i kombination med ekv (49) med ändrad ref.yta ($A_2 \rightarrow A_1$), formuleras:

$$C_{D_I A_1(\alpha)} = \frac{t^2 \left[0{,}75(t/c) - 0{,}0003/(t/c)^2\right]}{c_m \cdot b} + 0{,}05 \cdot C_{LA_1}^2 \tag{66}$$

Teckenförklaring på nästa sida.

Teckenförklaring till ekv (66), föregående sida:

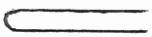
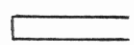
(α) symboliserar snedanströmning
t = max. sektionstjocklek för anslutande yta
c = sektionskorda för anslutande yta
c_m = vingens/kölens medelkorda, även = A_1/b (se nederst s.57)
b = vingens spännvidd/kölens höjd (djup) även bet."h"
A_1 = vingens/kölens proj. yta (lateralyta) = $c_m \cdot b$
$C_L A_1$ enligt ekv (63)

1.5.1:d) Motståndstillskott av en vinges fria ända i snedanströmning

I mom 1.4.1.4:B), (s.48) redovisas motstånd av en vinges fria ända i parallellströmning med ekv (50). Vid snedanströmning uppstår genom förändrade tryckförhållanden en motståndsökning, som enligt ref /3,s.7-21/ kan uttryckas som ett tillskott till ändmotståndskoefficienten vid parallellströmning. Detta tillskott, här benämnt $\Delta C_{D_{tip}A_1}$ i paritet med ekv (50), men med ändrad referensyta ($A_2 \rightarrow A_1$), är proportionellt mot tredje potensen av den vid tillfället aktuella lyftkraftskoefficienten C_{LA_1}. Därmed finner man att detta motståndstillskott för en fri ving-/kölända kan beräknas enligt följande samband:

(67) $$\Delta C_{D_{tip}A_1} = \frac{\Delta D_{tip}}{\frac{1}{2}\varrho V^2 A_1} = \frac{k}{2} \cdot C^3_{LA_1}$$ med nedanstående k-värden:

Faktorn k/2 kan här motiveras med att k enligt ref /3/ gäller en vinge med två fria ändar. Där anges följande k-värden för vingars varierande ändform i kordaled:

k = 0,01 för skarp vingända 
k = 0,02 för avrundad vingända 
k = 0,037! för rakt avskuren (trubbig) vingända 

Därmed är vingens/kölens totala motståndstillskott av en fri ända vid snedanströmning, dimensionslöst uttryckt, med referens till ekv (50) och med index (α) som symbol för snedanströmning:

(68) $$C_{D_{tip}A_1(\alpha)} = 0{,}075 \frac{t^2}{c_m b} + \frac{k}{2} C^3_{LA_1} = \frac{D_{tip}}{\frac{1}{2}\varrho V^2 A_1}$$

med C_{LA_1} enl ekv (63) och k enl ovan. Normalt torde kunna ansättas k = 0,02.

1.5.2 Sammanfattning med exempel, av ändliga vingars/kölars lyftkrafts- och motståndsförhållanden, med referens till föregående mom 1.5.1 med där tillämpad indelning a)-d), s.52.

Inledningsvis berörs här även i tidigare sammanhang förekommande variation av referensyta (A) för vingars motstånds- och lyftkraftskoefficienter, där i kordaplanet projicerad enkel yta $A_1 = c_m \cdot b$, respektive dubbel yta $A_2 = 2c_m \cdot b$ omväxlande har tillämpats, där c_m är vingens medelkorda och b är vingens spännvidd ("bredd"). (Anm: För en köls spännvidd har även använts beteckningar såsom höjd "h" eller djup "d"). Exempelvis för en båts motståndskoefficient kan det vara naturligt att hela den omströmmade ytan är referensyta. A_2 svarar då mot hela den våta ytan, som f.ö. allmänt benämns "S". I fråga om en vinges lyftkraft eller i propellersammanhang är det naturligt att använda den projicerade (kraftbärande) ytan (A_1) som referensyta.

I princip har det egentligen ingen betydelse vilketdera "A" som används, bara det entydigt redovisas; gärna med en definierande indexering, som här, för respektive koefficient.

I allmän form gäller sambanden helt naturligt (ekv 28, s.33):

(69A) T.ex för totalt motstånd: $C_{D_T A_1} = 2C_{D_T A_2}$

I efterföljande sammanställning av dynamiska krafter på vingprofiler används konsekvent i kordaplanet projicerad yta A_1 som referensyta, vilket är allmänt förekommande i dessa sammanhang. Därmed gäller här också i allmän form:

(69B) $$C_{D_x A_1} = \frac{D_x}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1} \; ; \quad D_x = C_{D_x A_1} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 A_1$$ med tex x = T för tot.motst.

För övrigt har ekvationerna i sammanställningen givits ny numrering inom "00", men tidigare numrering anges i textan.

Motståndgruppering enligt sidan 52, gällande symmetriska vingprofiler med skarp bakkant i tredimensionell status.

a) Profilmotståndet har som nämnts, ett grundvärde vid anfallsvinkeln $\alpha = 0$ enl ekv (33) för $5 \cdot 10^5 < R_{nc} < 10^7$ (jfr Fig 6, s.32) resp. ekv (34) för $R_{nc} > 10^7$ samt ekv (36) som en variant av ekv (33) för laminärprofiler. Detta grundvärde kan även avläsas grafiskt i speciella försöksmässigt framtagna s.k. profildiagram, exemplifierade i Bilaga 15. Där kan profilmotståndets (c_d eller $C_{D_s A_1}$) utveckling

med ökande anfallsvinkel följas. Denna utveckling gäller fullt ut tvådimensionellt, men anses även gälla tredimensionellt som utgångsnivå för tillägg av inducerat motstånd vid anfallsvinklar $\alpha \neq 0$ enligt efterföljande moment b).

I nämnda profildiagram kan man få en uppfattning om hur Reynolds tal och ytråhet kan inverka på lyftkraft och profilmotstånd.

Ovannämnda ekvationer (33) och (34) är identiskt lika så när som på termen C_F. Med ansats av referensytan A_1 i stället för A_2 (se s.60) och utbyte av C_{D_T} mot C_{D_s} (se nederst på s.52) i nyssnämnda ekvationer, blir den gemensamma profilmotståndskoefficienten:

"70" $C_{D_s A_1} = 2C_F\left[1+2\frac{t}{c} + 60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right]$ + α-beroende tillägg enl profildiagram, ref /1/, se Bil 15 och Anm nedan.

För $R_{nc} = \frac{V \cdot c}{\nu}$ mellan $5 \cdot 10^5$ och 10^7 är termen $C_F = 0{,}0030$.

För $R_{nc} > 10^7$ gäller $C_F = f(R_{nc})$ enl ITTC-1957 (ekv 8, s.21).

Anm: För övrigt kan $C_{D_s A_1}$ för valt α avläsas direkt i ovannämnda profildiagram.

b) Lyftkraft och därmed sammanhängande inducerat motstånd.

Lyftkraft enl ekv (63), s.57:

"71" $C_{LA_1} = \frac{C_{L2D}}{1+\frac{2}{(AR)_e}} \cdot \alpha^o$

C_{L2D} kan enl s.57 ansättas med 0,10.
$(AR)_e$ har idealiserat max-värdet $2 \cdot (AR)$, men se f.ö. $(AR)_e$-studien i Exempel 6.

Inducerat motstånd enl ekv (64), s.58:

"72" $C_{D_i A_1} = \frac{C_{LA_1}^2}{\pi (AR)_e}$

med C_{LA_1} enligt ovan

Det inducerade motståndet adderas till profilmotståndet enligt ekv "70" ovan.

c) Interferensmotstånd vid infästning, i snedanströmning

Underlag för beräkning av detta motstånd har presenterats inom mom 1.4.1.4 A) genom ekv (49), s.47 gällande parallellströmning. Där framgår motståndets samband med profilens fyllighet (t/c) vid infästningen samt vikten av en väl anpassad konkav rundning mellan tex köl och botten. I ekv (66), s.58 är beräkningsunderlaget kompletterat enligt nedan genom att via lyftkraften visa effekten av snedanströmning (sista termen) med C_{LA_1} enl ekv "71":

"73" $C_{D_I A_1(\alpha)} = \frac{t^2\left[0{,}75(t/c) - 0{,}0003/(t/c)^2\right]}{c_m \cdot b} + 0{,}05 \cdot C_{LA_1}^2 = \frac{D_I}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1}$

I detta sammanhang erinras om att med ökad profiltjocklek ökar förutom interferensmotståndet även förutsättningarna för ökat vågbildningsmotstånd för en segelbåt i krängda lägen. Vill man av viktstyngdpunktsskäl ha fyllig kölprofil kan man sålunda överväga att låta kölprofilens fyllighet öka med djupet, vilket även är fördelaktigt m.a.p. interferensmotståndet.

d) Motstånd av fri ända i snedanströmning

I likhet med pkt c) ovan har även rubr. motstånd först dokumenterats i parallellströmning genom ekv (50), s.48. För snedanströmning har beräkningsunderlaget kompletterats med att även via lyftkraften bestämma effekten av snedanströmning. Detta visas i ekv (68), s.59 enligt:

"74" $$C_{D_{tip}A_1}(\alpha) = 0{,}075 \frac{t^2}{c_m b} + \frac{k}{2} C_{LA_1}^3 = \frac{D_{tip}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1}$$

med C_{LA_1} enl ekv "71" ovan

k är en faktor som representerar vingändans detaljutformning. Normalt bör kunna ansättas k = 0,02, se s.59.

t = ändprofilens maximala tjocklek.

För att exemplifiera realistisk storleksordning av motståndsdelarna enligt mom a),b),c),d) ovan har Exempel 6 på s.63-65 sammanställts, gällande en havskryssare med i stort dimensioner enligt YD-40, som även använts som förebild i Bilaga 2 och Exempel 5.

Vissa delar i beräkningsgången och beräkningsresultaten visas grafiskt i Bilaga 15, diagramblad 2, som gäller den i exemplet valda vingprofilen NACA 0012.

Exempel 6

Beräkning av motstånd för en segelbåtsköl med viss anknytning storleksmässigt till havskryssaren YD-40, som även förekommer som exempel i Bilaga 2 (Fig 2:3).

Ansatta data för kölen

Kölprofil NACA 0012
t/c = 0,12 genomgående
Kölspännvidd/-höjd b=1,5m
Övre korda $c_ö$=1,85m
Övre tjocklek $t_ö$=0,22m
Nedre korda c_n=1,05m
Nedre tjocklek t_n=0,13m
Medelkorda c_m=1,45m
Proj. yta $A_1=b\cdot c_m=2,2m^2$
Sidoförh. $AR=b/c_m=1,0$
$(AR)_e$ ansatt 2AR= 2,0
Hålkäl intill botten saknas

Data för båten och exemplet i övr.

Längd i vattenlinjen L_{WL}= ca 10 m
Deplacement (massa) ca 8000 kg
Fart i exemplet V=3,5 m/s, som med $\nu = 10^{-6}$ ger Reynolds tal $R_{nc_m} = 5\cdot10^6$ för kölen, som därmed får frikt.mot.koeff. C_F = 0,0034
ρ = 1015 kg/m^3 (densitet i S Östersjön)
$\frac{1}{2}\rho V^2 A_1$ = 1370ON
R_T = 1200N, släpmotstånd för YD-40
α = 0, segling i läns, resp 5° bidevind med krängning.

Beräkning av kölens motståndsbidrag görs här i två steg för att belysa inverkan av de enskilda motståndsdelarna enligt mom 1.5.2.

Steg I utan avdrift (segling på läns). Här ingår kölmotståndet i angivet totalt släpmotstånd R_T, men det är av intresse att se de olika motståndsdelarnas bidrag till totalmotståndet.

Steg II i snedanströmning med avdriftsvinkeln α = 5°. Beräkningarna visar dels motståndstillskottet, relativt fallet I, genom avdriften, dels kölens totala motståndsbidrag vid avdriften. Beräkningarna tar viss hänsyn till krängningsmotstånd.

Ia) Kölens profilmotstånd i parallellströmning, "grundvärdet" (α = 0).

Ekv "70": $C_{D_s A_{1(0)}}$ = 0,0075 och enl (69): $D_{s(0)}$ = 103 N

Enl profildiagram (NACA 0012): $C_{D_s A_{1(0)}}$ = 0,006; $D_{s(0)}$ = 82 N

Här föreligger en viss skillnad för samma motståndsdel. Det senare, grundat på modellförsök, antages säkrare. Se Bilaga 15, blad 2.

*Ic) Kölens interferensmotstånd vid infästningen vid α = 0.

Ekv "73", första delen:

$C_{D_I A_{1(0)}}$ = 0,00152 och enl (69): $D_{I(0)}$ = 21 N

Id) Motstånd av kölens fria ända vid α = 0.

Ekv "74", första delen: $C_{D_{tip} A_{1(0)}}$ = 0,00058 och enl (69):

$D_{tip(0)}$ = 8 N

På följande sida visas en sammanställning av beräknade motståndskomponenter så här långt, i aktuella relationer.

*Mom b) kommer i Steg II, $\alpha \neq 0$.

Sammanställning av motståndsberäkning Steg I, $\alpha = 0$, segling läns.

Motståndskomponent:	Värde i |N|	Andel i % av: Kölmotst. $D_{k(0)}$	Tot.motst. $R_{T(0)}$
Ia) Profilmotstånd	$D_{s(0)} = 82$	74	7
Ic) Interfer.motst.	$D_{I(0)} = 21$	19	2
Id) Motst. fri ända	$D_{tip(0)} = 8$	7	1
Totalt kölmotstånd	$D_{k(0)} = 111$ N	100%	ca 9 N
Totalt släpmotstånd	$R_{T(0)} = 1200$ N		

I det följande fortsätter motståndsutredningen med Steg II, som gäller snedanströmning mot kölprofilen med avdriftsvinkeln $\alpha = 5^{o}$.

I samband med detta får båten genom vindkraften på seglen en krängning som medför strömningstekniska konsekvenser för köl och skrov. För kölen kan det innebära förändrad relation mellan sidokraft och anströmningsvinkel och motsvarande för motståndsdelarna. För själva skrovet innebär det förändrat motstånd genom förändrad undervattensform och tillkommande inducerat motstånd genom segeltryckkraften. Allt detta har svårbedömda effekter. I Bilaga 4 återges emellertid ett stapeldiagram från ref /7/, som visar olika motståndsdelars procentuella medverkan till totalmotståndet för havskryssaren YD-40, från vilken detta exempel utgår. Enligt nämnda diagram, som bygger på empiriskt underlag från systematiska modellförsök, är motståndsökningen för YD-40 vid segling bidevind i 3,5 m/s ca 100 N relaterat till krängning, vilket beaktas för $R_{T(\alpha)}$.

Steg IIa) Kölens profilmotstånd vid snedanströmning, $\alpha = 5^{o}$, kan avläsas i Bilaga 15, s.2, där förfarandet är inritat. Det vänstra diagrammet ger vid nämnda vinkel lyftkraftskoefficienten för tvådimensionell status c_l eller C_{LA_1} = ca 0,50 eller = ca $0{,}10 \cdot \alpha^{o}$, som i det högra diagrammet ger profilmotståndskoefficienten c_d eller $C_{D_sA_1} = 0{,}0070$. (Anm: På s.53 och 57 angivet "arbetsvärde" $0{,}10 \cdot \alpha^{o}$ för c_l resp. 0,10 för "C_{L2D}" stämmer relativt väl i detta fall)
Med index (α) för snedanströmning gäller sålunda:

$$C_{D_sA_1(\alpha)} = \frac{D_{s(\alpha)}}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1} = 0{,}0070, \text{ varmed } D_{s(\alpha)} = 96 \text{ N}$$

Detta profilmotstånd, markerat på blad 2 i Bil 15, är utgångsnivå för det inducerade motstånd, som visas i det följande, och vilket även markerats i Bil 15.

IIb) Kölens lyftkraft/sidokraft och inducerade motstånd vid $\alpha = 5^o$.

Ekv "71" ger för $\alpha = 5^o$ med ansatserna $C_{L2D} = 0{,}10$ och $(AR)_e = 2 \cdot AR = 2$, lyftkraftskoeff. $C_{LA_1} = 0{,}25$, varmed $\underline{L = 3420\ N}$ och enl ekv "72" koefficienten för det inducerade motståndet $C_{D_iA_1} = 0{,}010$, vilket ger inducerat motstånd $D_i = 137$ N.

IIc) Kölens interferensmotstånd vid infästningen vid $\alpha = 5^o$.

Ekv "73" (hela ekvationen) ger relativt Steg Ic) ett tillskott $\Delta C_{D_IA_1(\alpha)} = 0{,}05 \cdot C^2_{LA_1}$, som med C_{LA_1} enl IIb), är = 0,00313. Detta tillskott adderat till Ic) ger koefficienten för det totala interferensmotståndet $C_{D_IA_1(\alpha)} = 0{,}00152+0{,}00313=0{,}00465$, varmed enl (69) det totala interferensmotståndet $D_{I(\alpha)} = 64$ N. Av detta utgör tillskottet pga snedanströmning $\Delta D_{I(\alpha)} = 43$ N.

IId) Motstånd av kölens fria ända i snedanströmning ($\alpha = 5^o$).

Ekv "74" (hela ekvationen) ger relativt Steg Id) ett tillskott $\Delta C_{tipA_1(\alpha)} = \frac{k}{2} \cdot C^3_{LA_1}$, som med C_{LA_1} enl IIb) och k = 0.02 är = = 0,00016. Detta tillskott adderat till Id) ger koefficienten för det totala ändmotståndet $C_{D_{tip}A_1(\alpha)} = 0{,}00058+0{,}00016=0{,}00074$, varmed det totala ändmotståndet $D_{tip(\alpha)} = 10$ N. Av detta utgör tillskottet pga snedanströmning $D_{tip(\alpha)} = 2$ N.

Sammanställning av motståndsberäkning för "Steg II"
Segling ca 7 knop (3,5 m/s), avdrift $\alpha = 5^o$, bidevind, krängning. Viss jämförelse med Steg I.

		Värde |N| Steg I	Steg II	Andel vid $\alpha = 5^o$ i % av: Kölmotst.	Totalmotst.
Motståndskomponent		$\alpha = 0$	$\alpha = 5^o$	$D_{k(\alpha)}$=307N	$R_{T(\alpha)}$=1500N
a) Profilmotstånd	D_s	82 N	96 N	31%	6,4%
b) Induc. motst.	D_i	-	137	45	9,1
c) Interf. motst.	D_I	21	64	21	4,3
d) Motst. fri ända	D_{tip}	8	10	3	0,7
Totalt kölmotst.	D_k	111 N	307 N	100%	20,5%

Anm: Motståndsökning p.g.a. krängning (R_H,"heel") bedöms med ledning av Bilaga 4 till ca 100 N, vilket ingår i $R_{T(\alpha)}$, dvs totalmotståndet i krängt läge:

$R_{T(\alpha)} = R_{T(0)} + (D_{k(\alpha)} - D_{k(0)}) + R_H$ och i siffror:

$R_{T(\alpha)} = 1200 + (307 - 111) + 100 = 1500$ N. Termen $(D_{k(\alpha)} - D_{k(0)})$ visar att kölens motstånd vid $\alpha = 0$ ingår i grundmotståndet $R_{T(0)}$.

Kommentarer till beräkningsresultatet i Exempel 6

För exemplet gäller att ingenting gjorts för att minska vare sig interferensmotatåndet (c) eller motståndet av kölens fria ända (d).

För dessa motståndsdelar har inom mom 1.4.1.4,(fr. s.47) samt mom 1.5.1,(s.58-59) givits beräkningsunderlag och viss övrig information om motståndspåverkande utformning. Beträffande ändmotståndet, som i och för sig kan vara relativt blygsamt, varierar optimal utformning tvärskepps (avrundad, spetsig, rakt avskuren) med i vilken segligssituation (bidevind,läns) båten framförs. Gynnsammast vid läns torde vara i tvärskeppsled avrundad kölända (en utformning som för övrigt är praktisk för uppställning på land).

I de fall som exemplet beskriver är bland kölens motståndsbidrag, profilmotståndet klart dominerande vid segling läns (parallellströmning, $\alpha = 0$) och betydande, relativt sett, även i bidevind (snedanströmning, $\alpha = 5^{o}$). Där är kölmotståndet dock klart dominerat av det tilkommande inducerade motståndet. Skillnaden i totalt kölmotstånd mellan nämnda seglingssituationer är avsevärd - nära en faktor 3 för fallet $\alpha = 5^{o}$, eller ca 200N. Genom denna ökning och tillkommande krängningsmotstånd R_H= ca 100N, är det totala motståndet $R_{T(\alpha)}$ uppe i ca 1500N. Härav utgör kölmotståndet ca 20%, eller drygt 300N. Vid segling läns däremot är kölens andel i det totala motståndet endast ca 9% (se tabellen för "Steg I", s.64, där kölmotståndet $D_{k(0)}$= 111N ingår i totala släpmotståndet $R_{T(0)}$ = 1200N). Måhända detta kan ha betydelse i regattataktik?

För det inducerade motståndet D_i i Exempel 6, ekv "72", är ansatt för kölens effektiva sidoförhållande $(AR)_e = 2 \cdot AR$ med åberopande av den sk speglingseffekten mot båtens botten, en vanlig ansats, åtminstone i överslagsmässig beräkning.

Anm: Det förekommer emellertid varierande tolkning av sidoförhållandets roll i det sammanhang som berör ekv ekv "71" och "72", AR kontra $(AR)_e$. En variant är att $(AR)_e$, p.g.a. speglingseffekt ansatt till 2AR, multipliceras med en "efficiency factor", benämnd e, som har samband med planformens effektivitet (kanske i översättning effektivitetsfaktor eller planformsfaktor), som för elliptisk planform är = 1, men för trapetsform kan ligga inom 0,85 och 0,95, eller som riktvärde 0,9 (tex ref /11/, section 8). För att ej förväxla detta "e" med index för effektivt sidoförhållande $(AR)_e$, införs här i stället benämningen "K", som i liknande sammanhang använts i ref /8/.

Därmed får ekv "71" resp "72" följande form:

$$("71") \quad C_{LA_1} = \frac{C_{L2D}}{1 + \frac{2}{K(AR)_e}} \cdot \alpha \qquad ("72") \quad C_{D_iA_1} = \frac{C^2_{LA_1}}{K(AR)_e}$$

För att visa hur variationen av faktorn K inverkar på beräkning av inducerat motstånd D_i har här gjorts en utredning, presenterad i diagramform i Fig 11. Utredningen utgår från i Exempel 6 givna data.

Konstanta i beräkningen är planformsarean $A_1 = 2{,}2\ m^2$, sidoförhållandet AR = 1, effektiva sidoförhållandet $(AR)_e = 2AR = 2$, strömningshastigheten V = 3,5 m/s samt lyftkraften L och därmed lyftkraftskoefficienten C_{LA_1}.

$K\cdot(AR)_e$ varierar från värdet 2, då K = 1, och för kurvornas utturning, ända fram till $K(AR)_e = 1{,}5$, då K = 0,75.

Det inducerade motståndet D_i och därmed motståndskoefficienten $C_{D_iA_1}$ samt anströmningsvinkeln (= avdriftsvinkeln) α är variabler som beräknas genom ovanstående ekvationer.

Diagrammet i Fig 11 visar påtagligt hur faktorn K påverkar D_i och α i beräkningen om lyftkraften hålls konstant. Inom det K-intervall, som här betraktas som realistiskt för normalt välutformade kölar, K = 0,95 - 0,85, sker relativt K = 1,0 en beräknad ökning av det inducerade motståndet D_i upp till nära 20%, vilket motsvarar en total motståndsökning för hela båten om ca 3%. Samtidigt ökar avdriftsvinkeln α med ca ½ grad för att kölens sidokraft enligt förutsättningarna skall hållas oförändrad. Den beräknade motståndsökningen med avtagande effektivitetsfaktor K för kölen indikerar betydelsen av vetenskapligt väl genomförd kölutformning.

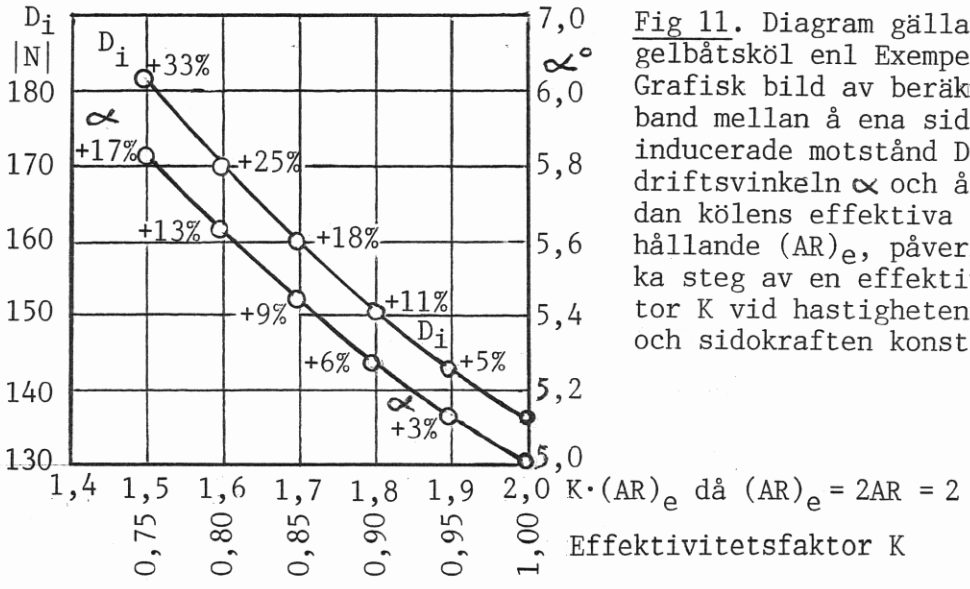


Fig 11. Diagram gällande segelbåtsköl enl Exempel 6,s.63. Grafisk bild av beräknat samband mellan å ena sidan kölens inducerade motstånd D_i och avdriftsvinkeln α och å andra sidan kölens effektiva sidoförhållande $(AR)_e$, påverkat i olika steg av en effektivitetsfaktor K vid hastigheten (3,5 m/s) och sidokraften konstanta.

Kölens sidoförhållande AR har avgörande betydelse för kölens effektivitet i form av lyftkraft (sidokraft) i förhållande till motstånd, dvs kölens så kallade "glidtal".

Med anknytning till Exempel 6 har här gjorts ytterligare en studie, grafiskt presenterad i Fig 12, som påtagligt visar sidoförhållandets betydelse.

Med de konstanta faktorerna planformsarean A_1, anströmningshastigheten V och lyftkraften L, har beräkning gjorts för hur det inducerade motståndet D_i, profilmotståndet D_s, avdriftsvinkeln α och glidtalet $L/(D_s+D_i)$ varierar med sidoförhållandet AR. Hur AR påverkar kölens proportioner vid konstant area A_1 illustreras med exempel överst i diagrammet.

Detta beräkningsexempels utgångssituation vid AR = 1 med $\alpha = 5^o$ och konsekvenserna därav vad avser profilmotståndet med koefficienten $C_{D_sA_1}$ och det inducerade motståndet med koefficienten $C_{D_iA_1}$, illustreras på s.2 i Bilaga 15.

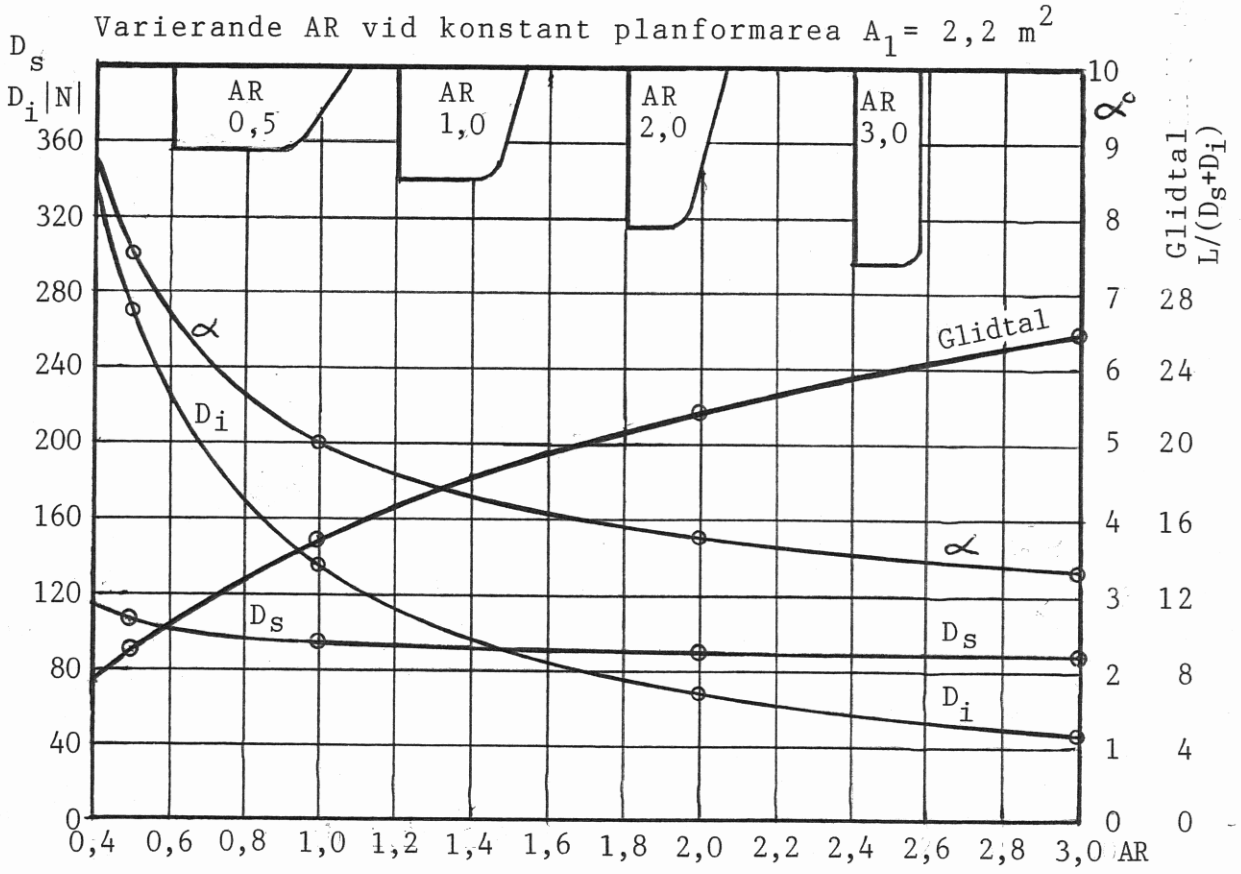
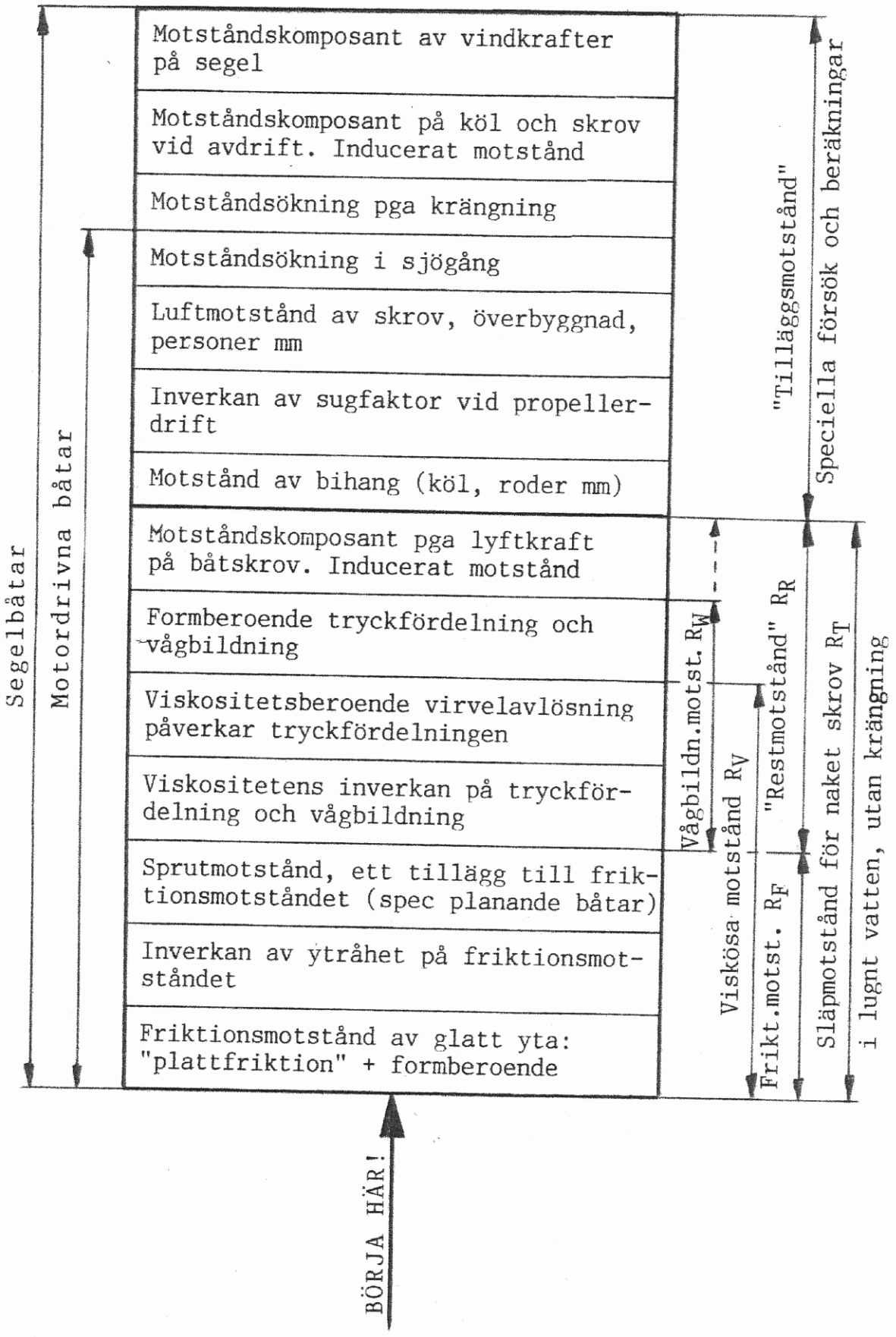


Fig 12. Med data från Exempel 6 illustrerar diagrammet hur det inducerade motståndet D_i, profilmotståndet D_s, glidtalet, definierat $L/(D_s+D_i)$, och anströmningsvinkeln α förändras då kölens sidoförhållande AR förändras medan planformsarean A_1, lyftkraften L och strömningshastigheten V är konstanta.
L = 3420 N, V = 3,5 m/s.

MOTSTÅNDSKOMPONENTER FÖR BÅTAR



Båtars motståndsökning i sjögång

Motståndsökning i sjögång beror främst på en båts stampningsrörelser men även rullningsrörelser har viss betydelse i sammanhanget. I det följande behandlas speciellt stampningsrörelserna.

Motståndsökningen för en båt vid gång rakt mot eller snett mot vågorna kan översiktligt sägas uppstå genom den extra vågbildning som genereras av båtens rörelse relativt havsvågorna. Motståndsökningen är främst beroende av mötandeperioden båt - våg (tiden mellan möte med vågtoppar) i relation till båtens egen naturliga stampningsperiod eller svängningsperiod långskepps T_L. Vid små svängningar och utan hänsyn till vare sig medsvängande vattenmassa eller dämpning av vatten och vind lyder T_L följande samband, som man kan möta i skeppsteknisk litteratur:

$$T_L = \frac{2\pi k_L}{\sqrt{g \cdot \overline{GM}_L}} \ |s| \qquad (2:1)$$

eller förenklat

$$T_L^* = \frac{2k_L}{\sqrt{\overline{GM}_L}} \ |s|$$

Index L står för "långskepps-"
k_L = båtens tröghetsradie långskepps |m|
$\overline{GM}_L$ = långskeppsmetacentrums (M_L) höjd över viktstyngdpunkten (G) |m|
g = tyngdkraftens acceleration 9,81 $|m/s^2|$
π är mycket nära = $\sqrt{g}$, $\pi/\sqrt{g}$ = 1,003 $|s/\sqrt{m}|$
(Obs. dimensionen som ger T^* i sekunder)

För rullningsperioden gäller på motsvarande sätt:

$$T_T = \frac{2\pi k_T}{\sqrt{g \cdot \overline{GM}_T}} \ |s| \qquad (2:2)$$

$$T_T = \frac{2k_T}{\sqrt{\overline{GM}_T}} \ |s|$$

Index T står för "tvärskepps-"
k_T = båtens tröghetsradie tvärskepps |m|
$\overline{GM}_T$ = Tvärskeppsmetacentrums (M_T) höjd över båtens viktstyngdpunkt (G) |m|

Massträghetsmomentet I för en koncentrerad massa m på avståndet r från en aktuell svängningsaxel är $I = m \cdot r^2 |kg\ m^2|$.

Tröghetsradien för en kropp brukar betecknas k och i ovanstående samband är k = r. För en kropp med godtycklig massfördelning kan tröghetsradien, refererad till en viss svängningsaxel, åskådliggöras som radien i en likformigt masskoncentrerad ring, som har samma massträghetsmoment som den aktuella kroppen.

Beräkning av en båts tröghetsmoment måste göras bit för bit, detalj för detalj med beräkning av $m \cdot r^2$ enligt ovan och summan av alla delars tröghetsmoment utgör båtens tröghetsmoment gällande den axel som ligger till grund för beräkningen:

(2:3) $$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ... + m_n r_n^2 = \sum m_i r_i^2 = \Delta \cdot k^2 \,|kgm^2|$$ och

$$k = \sqrt{I/\Delta}\ |m| \qquad \Delta = \text{båtens massa } |kg| \text{ (massdeplacementet)}$$

Beräkning av I enligt ovan är en approximation som kan godtas om de olika masselementen har relativt liten utsträckning. Tex kan inte hela masten ansättas som ett masselement i ekv (2:3), då den har ett mycket stort eget tröghetsmoment. Mera härom vid Anm. s.9.

En båts stampningsperiod är beroende av massträghetsmomentet långskepps relativt en tvärskeppsaxel genom viktstyngdpunkten.

För att skilja massträghetsmoment från yttröghetsmoment, som nämns längre fram, benämns i det följande tex massträghetsmomentet långskepps I_{ML} och tex yttröghetsmomentet långskepps för vattenlinjearean (A_W) benämns I_{A_WL}. Dessutom kan införas som index en aktuell referenspunkt, tex viktstyngdpunkten G, vilket ger beteckningen I_{MLG} för massträghetsmomentet långskepps refererat till G.

Beräkning av massan (Δ), masstyngdpunkten (G) och massträghetsmomentet för en båt görs lämpligen samtidigt detalj för detalj. Eftersom G inte är känd från början görs beräkningen först relativt tex tvärskeppsaxeln genom KVL:s främsta punkt (F). Detta ger tröghetsmomentet I_{MLF}. När man fått fram läget för tyngdpunkten G kan tröghetsmomentet relativt G beräknas enligt Steiners sats (se Anm. s.9), som i detta fall ger $I_{MLF} = I_{MLG} + \Delta \cdot a^2$, varmed

(2:4) $$I_{MLG} = I_{MLF} - \Delta \cdot a^2$$

a = det verkliga avståndet mellan F och G (ej det horisontella avståndet även om skillnaden i praktiken kan vara liten)

Motståndsökning i motsjö accentueras markant vid resonans mellan mötandeperioden och båtens egen stampningperiod. Resonans i detta fall ger sig visserligen tydligt till känna i praktiken och kan därmed undvikas, men det är ändå av intresse att se i vad mån man vid konstruktion av en båt kan påverka stampningsperioden.

I båtlitteratur ser man i detta sammanhang rådet, när det gäller deplacementbåtar, att det i princip är fördelaktigt, med avseende på motståndsökning i sjögång, att båten har en så kort stampningsperiod som möjligt. Rådet är då att båtens massträghetsmoment långskepps skall ha så lågt värde som möjligt, dvs den fullt färdiga och utrustade båtens massa skall så långt det är rimligt va-

ra koncentrerad midskepps. Vid kort stampningsperiod har man större valfrihet i olika typer av sjögång. Båten följer bättre vattenytans svängningar och resonans kan lättare undvikas.

Det kan vara på sin plats att närmare studera hithörande samband.

Utredning om stampningsperiod och resonans i mötande sjö

Här skall belysas dels resonansförutsättningarna i motsjö, dels vilka möjligheter som det i praktiken kan finnas att på konstruktionsstadiet och senare påverka en båts stampningsperiod.

Som tidigare nämnts accentueras motståndsökningen för en båt i motsjö vid resonans mellan mötandeperioden båt - våg och båtens stampningsperiod. Mötandeperioden bestäms av de rakt mot eller snett mot varandra riktade hastigheterna hos båt respektive våg samt våglängden.

I följande idealiserade resonemang betraktas sjötillstånd med regelbundna vågor och båtens stampningsrörelser lyder lagar för små svängningar utan påverkan av dämpande faktorer. Utredningen ger alltså inte absolutvärden vad gäller en båts stampningsperiod i sjögång. Den ger däremot, bl a med ett genomräknat exempel, en klar bild över i vilken ringa storleksordning stampningsperioden i praktiken kan påverkas genom rimlig, eventuellt tänkbar, omplacering av tunga detaljer i arrangemanget på en välplanerad och välutrustad långfärds-segelbåt.

Förutsättningar för resonans mellan en båts stampningsperiod och mötandeperioden båt - våg.

För våghastigheten c vinkelrätt mot vågkammarna gäller:

(2:5)
$$c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \ |m/s|, \text{ varmed}$$
$$\lambda = 2\pi\frac{c^2}{g} \ |m|$$

Vid gång i motsjö gäller:

(2:6)
$$V_E = c + V\cos\chi \quad \text{(se fig 2:1)}$$
$$V_E = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} + V\cos\chi \ |m/s|$$

(2:7)
$$T_E = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} + V\cos\chi} \ |s|$$
$$\text{eller } V = 0{,}5144V_{kn}$$

λ = våglängden mätt vinkelrätt mot vågkammarna |m|
g = tyngdkraftens acc. 9,81 $|m/s^2|$
V = båtens fart |m/s|
V_{kn} = båtens fart |knop|
V_E = mötandehastighet båt - våg (speed of encounter) |m/s|
χ = den vinkel med vilken båtens kurs avviker från kursen rakt mot vågkammarna, då $\chi = 0^o$
T_E = mötandeperiod (period of encounter), dvs tiden mellan möte båt - vågkam |s|

Se för övrigt fig 2:1

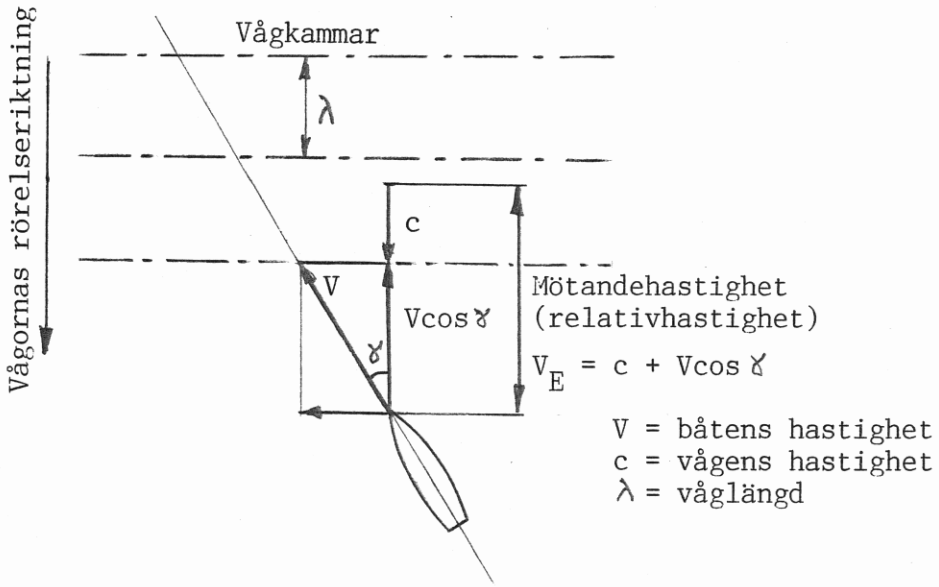


Fig 2:1. Båt på kurs vinkeln γ mot vågrörelsen

Vid gång i motsjö inträffar resonans när mötandeperioden (ekv 2:7) sammanfaller med båtens stampningsperiod (ekv 2:1), dvs

$$T_L = T_E$$

Man kan alltså komma ur inträffad resonans främst genom ändring av fart eller kurs - en självklarhet som i matematisk form visas i ekv (2:7). Ett andra sätt man ser omnämnas är att påverka båtens egen stampningsperiod genom ändring av massströghetsmomentet långskepps I_{ML}, möjligt genom personförflyttning på segeljollar.

I fig 2:2 visas ett diagram över sambandet enligt ekv (2:7) mellan mötandeperioden T_E och båtens fart vid olika våglängder vid gång rakt mot vågkammarna ($\gamma = 0$). Som exempel är där markerad en stampningsperiod T_L= ca 1,8 s. Resonans sker alltså i detta fall där linjen T_L= konstant skär T_E-V - kurvorna. Vid varje våglängd sker resonans vid högre fart ju kortare båtens stampningsperiod är. Detta stöder den tidigare nämnda rekommendationen att man bör eftersträva en så kort stampningsperiod som möjligt för deplacementbåtar. För snabba halvplanande och planande båtar är sjöegenskapsförhållandena mera komplicerade.
I diagrammet är även inritad en streckad kurva som gäller våglängden 12 m och mötandevinkeln 45°. Vid inritat T_L har resonans med 12m-vågorna "fördröjts" från båtens fart ca 4,4 knop till ca 6,2 knop. Farten räknad rakt mot vågorna (speed made good) är dock densamma i båda fallen, rent trigonometriskt betraktat.

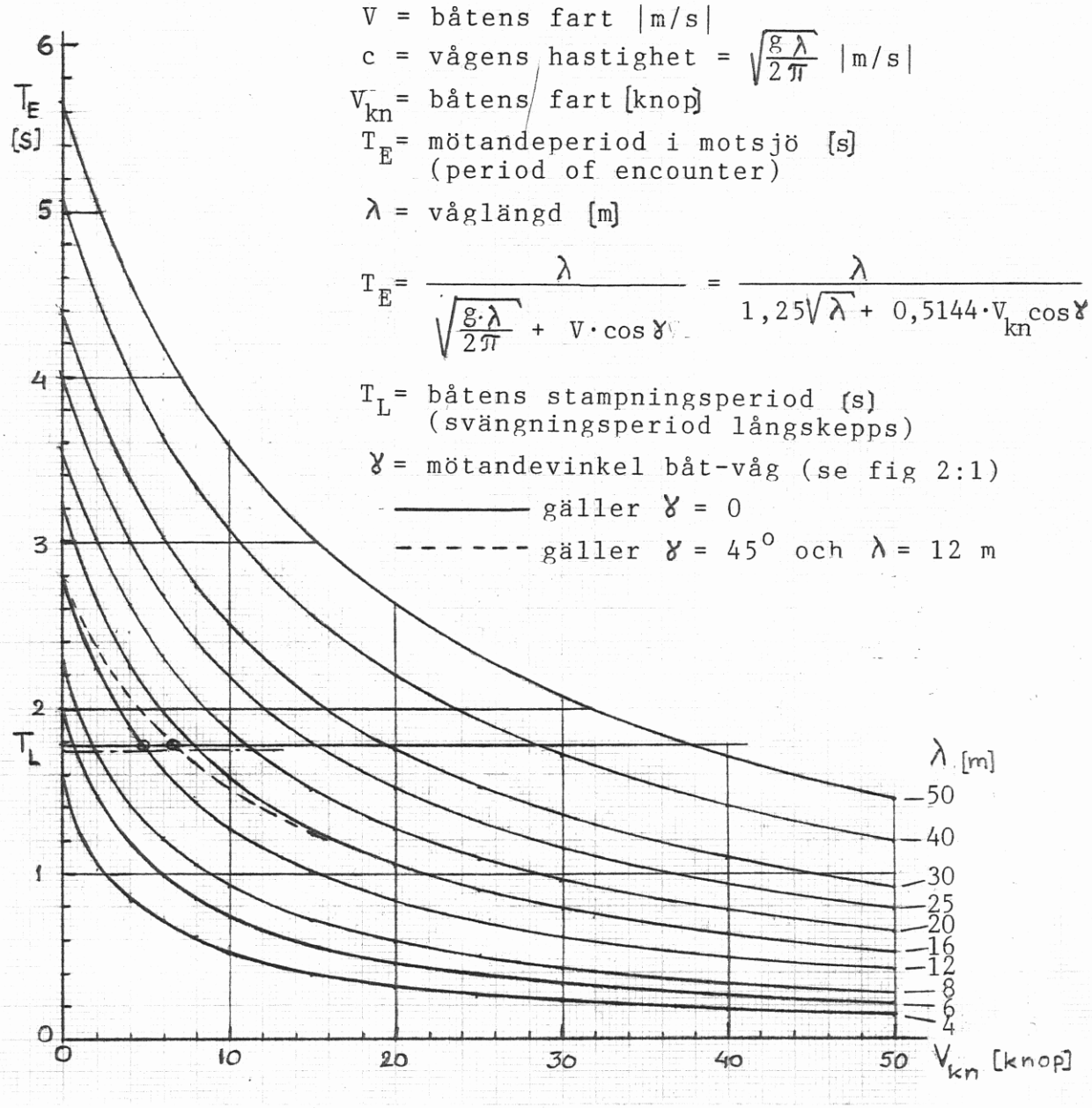


Fig 2:2. Samband mellan mötandeperiod T_E och en båts fart vid varierande våglängd

Rimliga möjligheter att påverka en båts stampningsperiod

Ekvation (2:1) kan vidareutvecklas för att påtagligt visa i vilken storleksordning det kan finnas möjligheter att påverka en båts stampningsperiod på konstruktionsstadiet respektive på en färdig båt.

Enligt hydrostatiken gäller sambanden:

$$\overline{GM}_L = \overline{BM}_L - \overline{BG}$$

$\overline{GM}_L$ = långskeppsmetacentrums höjd över viktstyngdpunkten G

$\overline{BM}_L$ = långskeppsmetacentrums höjd över deplacementstyngdpunkten B

(2:8) $$\overline{BM}_L = \frac{I_{A_W L}}{\nabla}$$

$\overline{BG}$ = avståndet mellan B och G

$I_{A_W L}$ = flytytans (A_W) tröghetsmoment långskepps relaterat till en tvärskeppsaxel genom ytans tyngdpunkt. Dimensionen är (yta)x(avstånd)^2 = $|m^4|$

Enligt ekv (2:3) är tröghetsradien långskepps:

I_{ML} = massträghetsmomentet långskepps relaterat till en tvärskeppsaxel genom G

(2:9) $$k_L = \sqrt{\frac{I_{ML}}{\Delta}}$$

∇ = volymsdeplacementet $|m^3|$

Δ = viktsdeplacementet, båtens massa $|kg|$

Ekv (2:1) ger stampningsperioden

$$T_L = \frac{2\pi k_L}{\sqrt{g \cdot \overline{GM}_L}}$$

$\overline{BG}$ är normalt mycket litet i relation till $\overline{BM}_L$ varför man kan ansätta $\overline{GM}_L = \overline{BM}_L$ utan principiella konsekvenser för stampningsperioden T_L i överslagsmässiga samband. Man ser f.ö. att denna förenkling används i skeppsteknisk litteratur.

Därmed kan ekv (2:1) skrivas och utvecklas genom ekv (2:8)-(2:9):

(2:10) $$T_L = \frac{2\pi k_L}{\sqrt{g \cdot \overline{BM}_L}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{ML}\,\nabla}{g\,\Delta\, I_{A_W L}}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_{ML}}{g\,\rho\, I_{A_W L}}}$$

$\Delta / \nabla = \rho$ = vattnets densitet $|kg/m^3|$

eller

(2:11) $$\underline{T_L \approx \text{konstant} \cdot \sqrt{I_{ML}/I_{A_W L}}}$$, vilket påtagligt visar de två vägarna att konstruktionsmässigt påverka stampningsperioden, I_{ML} resp. $I_{A_W L}$.

(2:12) Som en tumregel brukar man ansätta $\underline{k_L \approx 0{,}25 \cdot L_{ÖA}}$, som enl ekv (2:8) och (2:10) ger de approximativa sambanden:

(2:13) $$\underline{T_L} \cong \frac{2\pi \cdot 0{,}25 \cdot L_{ÖA}}{\sqrt{\frac{g \cdot I_{A_W L}}{\nabla}}} \cong \underline{0{,}5 \cdot L_{ÖA} \sqrt{\frac{\nabla}{I_{A_W L}}}} = \underline{\frac{0{,}5 \cdot L_{ÖA}}{\sqrt{\overline{BM}_L}}}$$

(2:14) $$I_{ML} \cong \Delta \cdot (0{,}25 \cdot L_{ÖA})^2$$ enligt ekv (2:9)

Ekv (2:10) - (2:14) är approximativa vad gäller absolutvärden, men är helt relevanta för att ge en riktig bild av möjligheterna att påverka en båts stampningsperiod T_L.

Ekv (2:11) visar att stampningsperioden kan ansättas direkt proportionell mot kvadratroten ur massträghetsmomentet långskepps I_{ML} och omvänt proportionell mot kvadratroten ur flytytans trögghetsmoment I_{A_WL}, där momenten är relaterade till tidigare nämnda axlar. Dessa två vägar finns att under konstruktionsstadiet påverka stampningsperioden.

Som tidigare nämnts kan det med avseende på motståndsökning i sjögång vara förmånligt med en så kort stampningsperiod som möjligt. Detta befrämjas alltså dels av ett förhållandevis stort I_{A_WL}, dvs en vattenlinjeyta som ger fylliga ändskepp, dels av ett förhållandevis litet I_{ML}, dvs låg totalvikt och en viktsfördelning i möjligaste mån koncentrerad midskepps.
Ett stort I_{A_WL} kan komma i konflikt med tex goda motståndsegenskaper. Minimering av I_{ML} befrämjas av lätta, starka (dyra) material och korta överhäng vid för och akter, men torde endast marginellt kunna påverkas genom alternativa lösningar inom ett funktionellt och tilltalande arrangemang av inredning och utrustning. Detta senare skall här belysas av följande exempel:

Föremål för studien är havskryssaren YD-40, som presenteras i /7/* med ritningar och utförliga data samt vikts- och tyngdpunktsberäkning. Här återger fig 2:3 arrangemanget och vissa huvuddata. Man kan konstatera att skrovets hela volym har utnyttjats mycket väl för arrangemanget och någon ändring förefaller inte motiverad. Här skall dock undersökas vilken möjlighet det kan finnas att påverka stampningsperioden genom flyttning av tyngre komponenter inom arrangemanget utan närmare analys av de arrangemangsmässiga konsekvenserna.

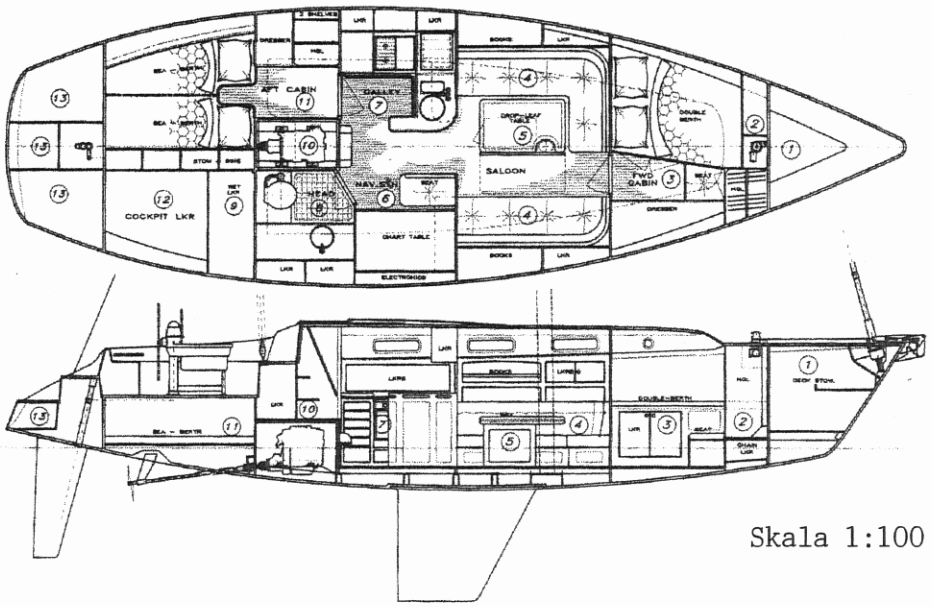
Eftersom $\overline{GM}_L$ är uträknad kan ekv (2:1) tillämpas för beräkning av stampningsperioden T_L med ansatsen för k_L enligt (2:12), en approximation som inte påverkar jämförelsen i studien:

$k_L = 0{,}25 \cdot L_{\ddot{O}A} = 0{,}25 \cdot 12{,}05 = 3{,}01(25)$m. Detta ger

$T_L = 1{,}78(1)$s, vilket visas i diagrammet, fig 2:2.

(Anm: de många decimalerna är med för jämförelsen senare)

*)Konstruktör är Rolf Eliasson, se litteraturförteckningen.



Skala 1:100

L_{OA} = 12,05 m B_{MAX} = 3,71 m $\overline{GM}_L$ = 11,515 m
L_{WL} = 10,02 m $\triangle$ = 8,12 t LCG = 5,36 m akterom FP (läget för viktstyngdpunkten)

Fig 2:3. Havskryssaren YD-40 (Rolf Eliasson)

Ekv (2:14) ger massträghetsmomentet långskepps I_{ML}= 73690 kgm^2, vilket alltså skall reduceras genom flyttning av utrustningskomponenter närmare viktstyngdpunkten G. Därmed minskar stampningperioden. Varje komponent med massan M, som flyttas från avståndet x_1 till x_2, räknat från G, förändrar I_{ML} med $M(x_2^2 - x_1^2)$.

Varje viktsförskjutning påverkar naturligtvis tyngdpunktsläget G, men detta kompenseras här vid räkneoperationen på slutet genom flyttning av kölen. G ligger 5,36m akterom förliga perpendikeln FP. Förflyttningen omfattar följande:

A. Motor+motorbädd, 257kg, 7,07m akterom FP, flyttas 1,5m föröver. x_1= 7,07 - 5,36 = 1,68m, x_2= x_1 - 1,5 = 0,18m
B. Batterier, 100kg, 8,04m akterom FP, flyttas 2,5m föröver. x_1= 2,68m, x_2= 0,18m
C. Vattentank inkl ½ innehåll, 213kg, 4,72m akterom FP, flyttas 0,6m akterut. x_1= 0,64m, x_2= 0,04m
D. Bränsletank inkl ½ innehåll, 83kg, 8,7m akterom FP, flyttas 3m föröver. x_1= 3,34m, x_2= 0,34m
E. Mast, bom, rigg, 290kg, 4,16m akterom FP, flyttas 0,5 m akteröver. x_1= 1,2m, x_2= 0,7m
F. Kölen, 3250kg, 4,96m akterom FP, flyttas akteröver så mycket att båtens tyngdpunktsläge förblir oförändrat, vilket innebär flyttning akteröver 0,188m. x_1= 0,4m, x_2= 0,212m

Detta ger en minskning av tröghetsmomentet I_{ML} med 3085kgm^2 totalt.

Båtens nya masströghetsmoment långskepps blir därmed:

$$I'_{ML} = 73690 - 3085 = 70605 \text{ kgm}^2$$

Ekv (2:9) ger den nya tröghetsradien:

$$k'_L = \sqrt{70605/8120} = 2,94(88) \text{ m}$$

Ekv (2:1) ger den nya stampningsperioden:

$T'_L = 1,74(3)$ s att jämföras med utgångsvärdet $T_L = 1,78(1)$ s.

Den ganska omfattande viktsförflyttningen, där varje delmoment har bidragit till minskning av I_{ML}, har alltså endast lett till ca 0,04 s eller ca 2% reducering av stampningsperioden. Ändringen, som är inritad i fig 2:2 som skillnaden mellan den heldragna linjen för T_L och den streckprickade linjen strax därunder, saknar i praktiken betydelse för en nöjesbåt, men skulle teoretiskt sett kunna ha viss betydelse i tävlingssammanhang.

Detta kan leda till följande reflektion:
Arrangemanget på en nöjesbåt kan, inom den standard man tänkt sig, göras så ändamålsenligt som möjligt utan att låta strävan efter en kort stampningsperoid dominera. Dock bör naturligtvis tunga detaljer i arrangemanget inte i onödan placeras extremt långt från båtens tyngdpunkt. Däremot har massa och längd av skrov inklusive däck stor betydelse i sammanhanget. Riggen på en segelbåt ger ett mycket stort bidrag till tröghetsmomentet, vilket tydligt märks vid på- och avriggning.

Anm: I anslutning härtill och till anmärkningen under ekv (2:3) på sidan 2, erinras här om den sk Steiners sats beträffande tröghetsmoment enligt vilken följande gäller:

Om en kropp med massan M har tröghetsmomentet I_o relativt en axel genom tyngdpunkten är tröghetsmomentet I_a relativt en parallell axel på avståndet a från kroppens tyngdpunktsaxel

(2:15) $$I_a = I_o + M \cdot a^2$$

Detta bör man tänka på när båten skall delas upp i masselement för beräkning av tröghetsmomentet (se ekv 2:3 med tillhörande text).

Motståndsökning i sjögång påverkas naturligtvis även av andra faktorer än stampningsperioden, främst ändskeppens utformning, speciellt då förskeppet. Exemplet ovan gäller en välutrustad segelbåt, där endast befintlig materiel flyttats och alla vikter bibehållits. Vore det fråga om en tävlingsversion av båten kunde måhända skrov och rigg göras lättare genom val av extrema material.

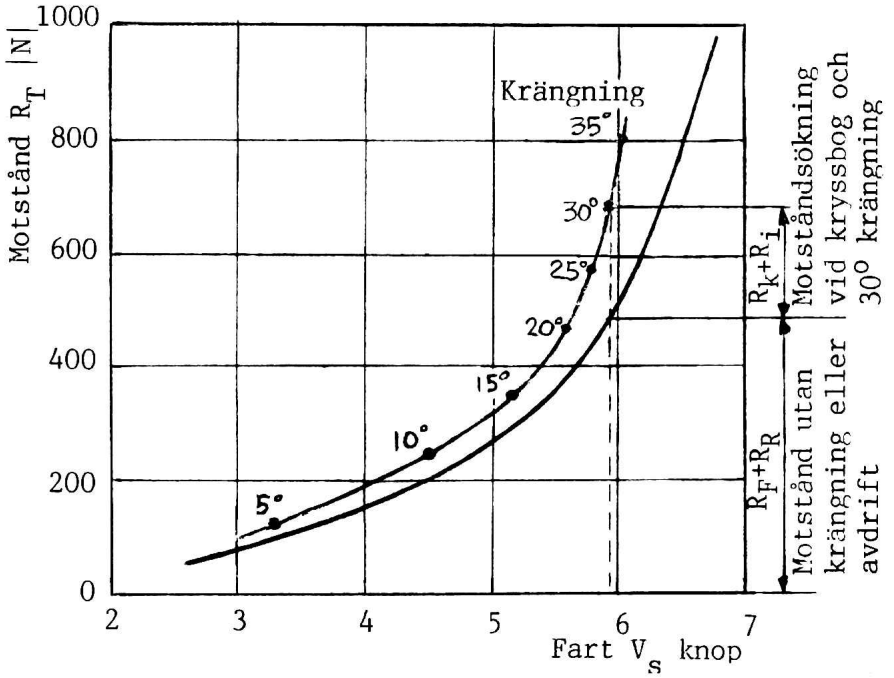


Fig 3:1. Exempel på motståndsökning genom krängning enligt modellförsök med en segelbåt. Data enl. Ref /8/, konverterade.

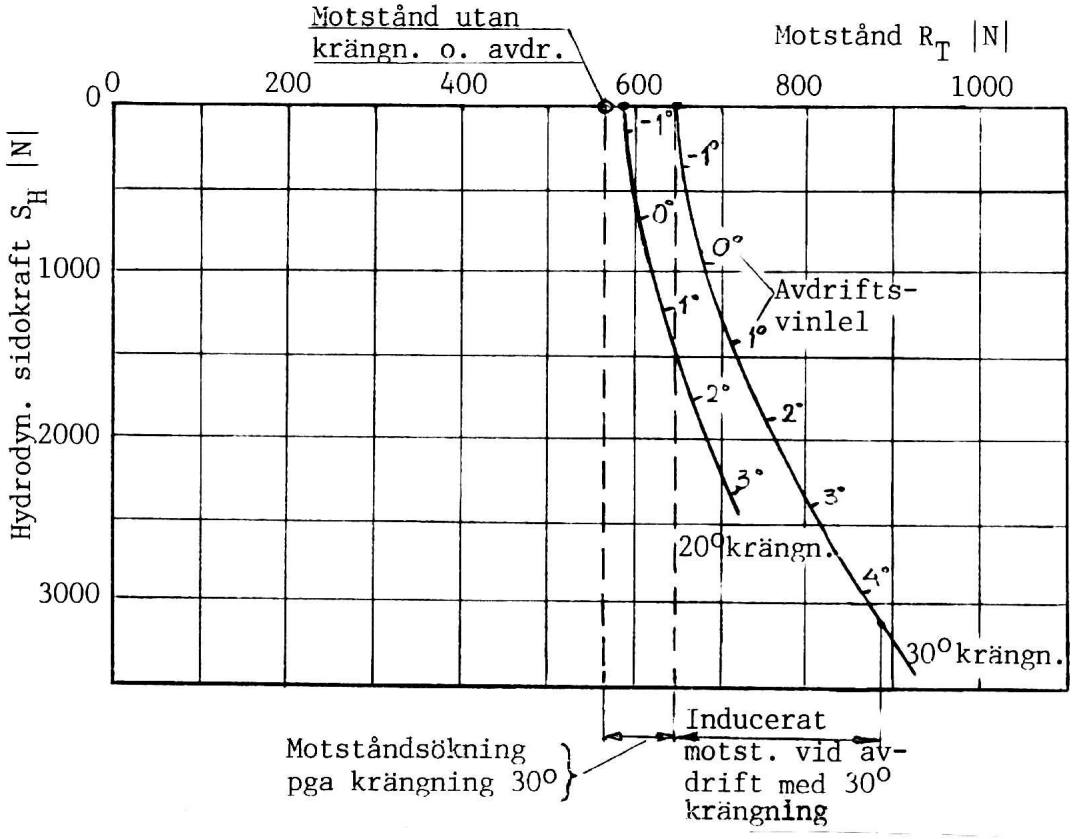


Fig 3:2. Exempel på en segelbåts motståndsökning sammansatt av krängningsmotstånd och inducerat motstånd genom avdrift. Data enl. Ref /8/, konverterade.

Beräknade motståndskomponenter för en havskryssare

I princip med motståndsindelning enligt Bilaga 1 har i ref /7/ presenterats ett genomräknat exempel, som gäller ett genomfört projekt av en havskryssare med dimensionsdata samt procentuell motståndsfördelning enligt nedan. Situationen är havssegling på kryssbog vid 6,8 knop i frisk bris.

Huvuddata med hänvisning till symbolförteckningen, sid 2:1:

L_{OA}	= 12,05 m	T_C	= 0,57 m	$L_{WL}/\Delta^{1/3}$	= 5,06
L_{WL}	= 10,02 m	T	= 2,07 m	B_{WL}/T_C	= 5,56
B_{WL}	= 3,17 m	∇_C	= 7,75 m^3	C_P	= 0,56

Motståndsdelarna angivna i procent av det totalmotstånd som redovisningen omfattar. För närmare information om de enskilda motståndsdelarna hänvisas till kompendietexten, där innehållsförteckningen ger vägledning.

1. Friktionsmotstånd ..... Totalt 37,5%, varav:

1.1 Grundmotstånd för glatt yta 34,0%

1.2 Tillägg för ytråhet, 10% för ca 50 m kornstorlek k_s 3,5%

2. Restmotstånd ..... Totalt 39,0%, varav:

2.1 Visköst tryckmotstånd 3,5%

2.2 Vågbildning, virvelavlösn. 35,5%

Summa motstånd i upprätt läge ..... Totalt 76,5%

3. Motståndsökning vid segling ..... Totalt 23,5%, varav:

3.1 Motståndsökning p.g.a. krängning ... 6,5%

3.2 Induc. motstånd från köl, roder och skrov genom avdrift 8,0%

3.3 Motståndstillägg p.g.a. sjögång 9,0%

Summa motstånd vid segling ..... Totalt 100%

Anm: Härtill kommer motståndskomponenter från vinden: friktion, tryck, inducerat motstånd.

FROUDES TAL KONTRA "SPEED-LENGTH RATIO"

$$F_{nL} = \frac{V|m/s|}{\sqrt{g|m/s^2| \cdot L|m|}}$$

$$F_{nL} = 0{,}3193 \cdot \frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}} \; ; \quad \frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}} = 3{,}1321 \cdot F_{nL}$$

$$F_{nL} = 0{,}1642 \cdot \frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}} \; ; \quad \frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}} = 6{,}0883 \cdot F_{nL}$$

$$F_{nL} = 0{,}2977 \cdot \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} \; ; \quad \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} = 3{,}3591 \cdot F_{nL}$$

$$\frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}} = 0{,}5144 \cdot \frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}} \; ; \quad \frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}} = 1{,}9438 \cdot \frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}}$$

$$\frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}} = 0{,}9324 \cdot \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} \; ; \quad \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} = 1{,}0724 \cdot \frac{V|m/s|}{\sqrt{L|m|}}$$

$$\frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}} = 1{,}8124 \cdot \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} \; ; \quad \frac{V|knots|}{\sqrt{L|ft|}} = 0{,}5517 \cdot \frac{V|knop|}{\sqrt{L|m|}}$$

1ft = 0,3048m ; 1m = 3,2808ft

1knop = 1852m/h = 0,5144m/s ; 1m/s = 1,9438knop

1knot = 6080ft/h = 0,5148m/s = 1,00064knop

1km/h = 0,540knop = 0,2778m/s ; 1m/s = 3,60 km/h

VISSA DATA FÖR VATTEN OCH LUFT

För vattnets densitet ϱ kg/m^3 ges följande riktlinjer:

Insjövatten (färskvatten): $\varrho = 1000$
Norra Östersjön: $\varrho = 1010$
Södra Östersjön: $\varrho = 1015$
Nordsjön och Atlanten: $\varrho = 1025$

} Densiteten varierar i praktiken försumbart med temperaturen

För vattnets kinematiska viskositet ν m^2/s förordas enligt ITTC (International Towing Tank Conferense) sammanställning 1960:

Temp C°	Färsk v. $\varrho = 1000$ $\nu \cdot 10^6$ m^2/s	Salt v. $\varrho = 1025$ $\nu \cdot 10^6$ m^2/s
1	1,7274	1,7688
2	1,6704	1,7123
3	1,6167	1,6591
4	1,5655	1,6084
5	1,5171	1,5605
6	1,4710	1,5145
7	1,4267	1,4709
8	1,3847	1,4296
9	1,3447	1,3901
10	1,3065	1,3524
11	1,2700	1,3165
12	1,2350	1,2820
13	1,2015	1,2489
14	1,1697	1,2174
15	1,1391	1,1873
16	1,1098	1,1584
17	1,0817	1,1306
18	1,0547	1,1039
19	1,0288	1,0781
20	1,0038	1,0535

Interpolation av ν för densitet mellan 1000 och 1025 kg/m^3 görs enligt:

$$\nu_x = \frac{\varrho_x - 1000}{25}(\nu_S - \nu_F) + \nu_F$$

ν_x = sökt kinem. visk
ν_S = kinem. visk för $\varrho = 1025$
ν_F = kinem. visk för $\varrho = 1000$
ϱ_x = densitet för aktuellt vatten

Kavitationstalet $\sigma = (p_o - p_v)/\frac{1}{2}\varrho V^2$

p_o = lokalt statiskt tryck $= p_a + \varrho \cdot d \cdot g$
p_a = atmosfärstrycket, ca $101 \cdot 10^3$ Pa
ϱ = vattnets densitet (se ovan)
d = djup under vattenytan m
p_v = vattnets ångbildningstryck Pa enligt nedanstående tabell

t °C	0	5	10	15	20
$p_v \cdot 10^{-3}$ Pa	0,61	0,87	1,23	1,70	2,34

Luftens densitet ϱ_A och kinematiska viskositet ν_A

t °C	-5	0	5	10	15	20
ϱ_A kg/m^3	1,32	1,29	1,27	1,24	1,22	1,20
$\nu_A \cdot 10^6$ m^2/s	12,8	13,3	13,7	14,2	14,6	15,1

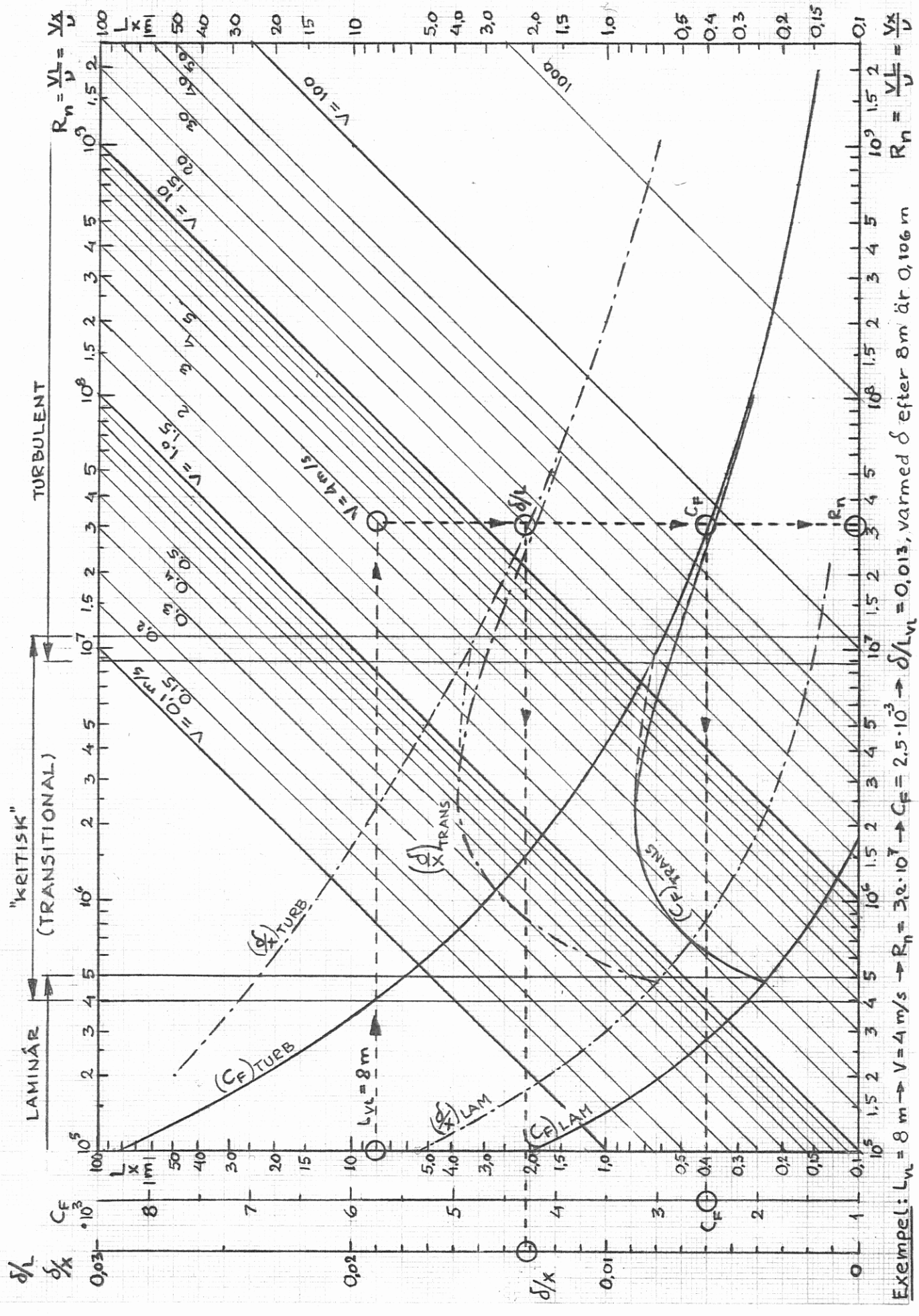
$R_n = f(L,V)$ —— Reynolds tal för $\nu = 1.0 \cdot 10^{-6}$ m²/s

$C_F = f(R_n)$ —— Friktionskoefficient

δ/x , $\delta/L = f(R_n)$ —— Relativ gränsskiktstjocklek

Bilaga 7

Börje Huss



Exempel: $L_{VL} = 8$ m → V = 4 m/s → $R_n = 3{,}2 \cdot 10^7$ → $C_F = 2{,}5 \cdot 10^{-3}$ → $\delta/L_{VL} = 0{,}013$, varmed δ efter 8 m är 0,106 m

Beräkning av lokalt friktionsmotstånd
med anknytning till rapportens pkt 1.3.4

Här redovisas de beräkningar som ligger till grund för rapportens ekvationer (12),(13) och (14). För berörda delmoment och härledda ekvationer används här samma numrering som i rapporten.

C_F= medelfriktionskoefficienten för hela den anströmmade ytan.
C_τ= den lokala friktionskoefficienten för en bestämd punkt på en anströmmad yta.

Allmänt gäller för dessa koefficienter följande samband för en anströmmad yta med längdutsträckningen från 0 till x i strömningens riktning:

(10) $$C_F = \frac{1}{x}\int_0^x C_\tau \, dx \quad \text{eller} \quad \int_0^x C_\tau \, dx = x \cdot C_F$$

Härur får man fram C_τ genom derivering av ekvationen:

(11) $$D_x\left[\int_0^x C_\tau \, dx\right] = C_\tau = D_x(x \cdot C_F)$$

a1) Den lokala friktionskoefficienten för laminär strömning

Blasius´ formel ger enligt (6)

(6) $$C_F = \frac{1,327}{\sqrt{R_{nx}}} \qquad R_{nx} = \frac{V \cdot x}{\nu}$$, där x är variabel medan V och ν är konstanta i detta fall

Enligt (11) är $C_\tau = D_x(x \cdot C_F) = D_x\left[x \cdot \frac{1,327}{\sqrt{\frac{Vx}{\nu}}}\right] = D_x\left\{\frac{1,327}{\sqrt{V/\nu}}\sqrt{x}\right\}$

Derivering ger:

(12) $$C_\tau = \frac{1,327}{\sqrt{V/\nu}} \cdot \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \quad \text{dvs} \quad \underline{C_\tau = \frac{0,663}{\sqrt{R_{nx}}} = "C_{\tau_{lam}}"}$$

a2) Den lokala friktionskoefficienten för turbulent strömning

Enligt ITTC-57 gäller

(8) $$C_F = \frac{0,075}{(\log R_{nx} - 2)^2}$$ och enl (9) $C_\tau = D_x(x \cdot C_F)$. Derivering ger:

$$C_\tau = \frac{(\log R_{nx} - 2)^2 \cdot 0,075 - 0,075x \cdot D_x(\log R_{nx} - 2)^2}{(\log R_{nx} - 2)^4}$$

$D_x(\log R_{nx}-2)^2 = 2(\log R_{nx}-2)\cdot D_x(\log R_{nx})$; $\log R_{nx} = \log\frac{V}{\nu} + \log x$

varmed, då V och ν är konstanta:

$D_x(\log R_{nx}) = D_x(\log x) = \frac{\log e}{x}$ e = naturliga log-basen = 2,7183

log e = 0,4343

Detta ger

$D_x(\log R_{nx}-2)^2 = 2(\log R_{nx}-2)\cdot\frac{\log e}{x}$ och alltså

$$C_\tau = 0{,}075\,\frac{(\log R_{nx}-2)^2 - 2(\log R_{nx}-2)\log e}{(\log R_{nx}-2)^4} =$$

$$= 0{,}075\left[\frac{1}{(\log R_{nx}-2)^2} - \frac{2\log e}{(\log R_{nx}-2)^3}\right]$$ vilket slutligen ger med C_F enl ITTC-57:

(13) $$\underline{C_\tau} = C_F\left[1 - \frac{2\log e}{\log R_{nx}-2}\right] = C_F\left[1 - \frac{0{,}87}{\log R_{nx}-2}\right] = \text{"}\underline{C_{\tau\,turb}}\text{"}$$

a3) Den lokala friktionskoefficienten för övergångsfasen mellan laminär och turbulent strömning

Ekvation (9) ger

(9) $C_{F_{trans}} = C_{F_{turb}} - \frac{1700}{R_{nx}}$ och enl (11) med beaktande av $R_{nx} = \frac{Vx}{\nu}$

$$C_{\tau_{trans}} = D_x\left[x\,C_{F_{turb}} - \frac{1700}{V/\nu}\right] = C_{\tau_{turb}} - 0$$ Alltså:

(14) $$C_{\tau_{trans}} = C_{\tau_{turb}} = C_{F_{turb}}\left[1 - \frac{0{,}87}{\log R_{nx}-2}\right]$$ enl (13)

Det är konstaterat under a3), s.24 i rapporten, att $C_{\tau_{trans}}$ kan anses gå momentant från $C_{\tau_{lam}}$ (ekv 12) till $C_{\tau_{turb}}$ (ekv 13) vid en viss omslagspunkt, som, under den förutsättning som gäller för ekv (9), visats vara R_{nx}= ca $4{,}7\cdot10^5$. Detta "språng" sker alltså mellan punkterna A och C i rapportens fig 4, som även återges här på följande sida. Med stigande R_{nx}-värden fortsätter $C_{\tau_{trans}}$ direkt i $C_{\tau_{turb}}$-kurvan, vilket framgår av ekv (14). Den yta Y_1 i fig 4, som byggts upp under $C_{\tau_{lam}}$-kurvan fram till $R_{nx}=4{,}7\cdot10^5$ + den yta Y_2, som därefter byggts upp under $C_{\tau_{turb}}$-kurvan, successivt dividerad med x-koordinaten, ger kurvan för medelfriktionskoefficienten $C_{F_{trans}}$. I fig 4 ger alltså ytan Y_1+Y_2 divide-

rad med x_2, ordinatan för $C_{F_{trans}}$-kurvan vid x_2.

Som bekräftelse på att detta gäller och hur ansatsen $1700/R_{nx}$ (eller k/R_{nx}) kommer in i sammanhanget kan visas matematiskt enligt nedan.

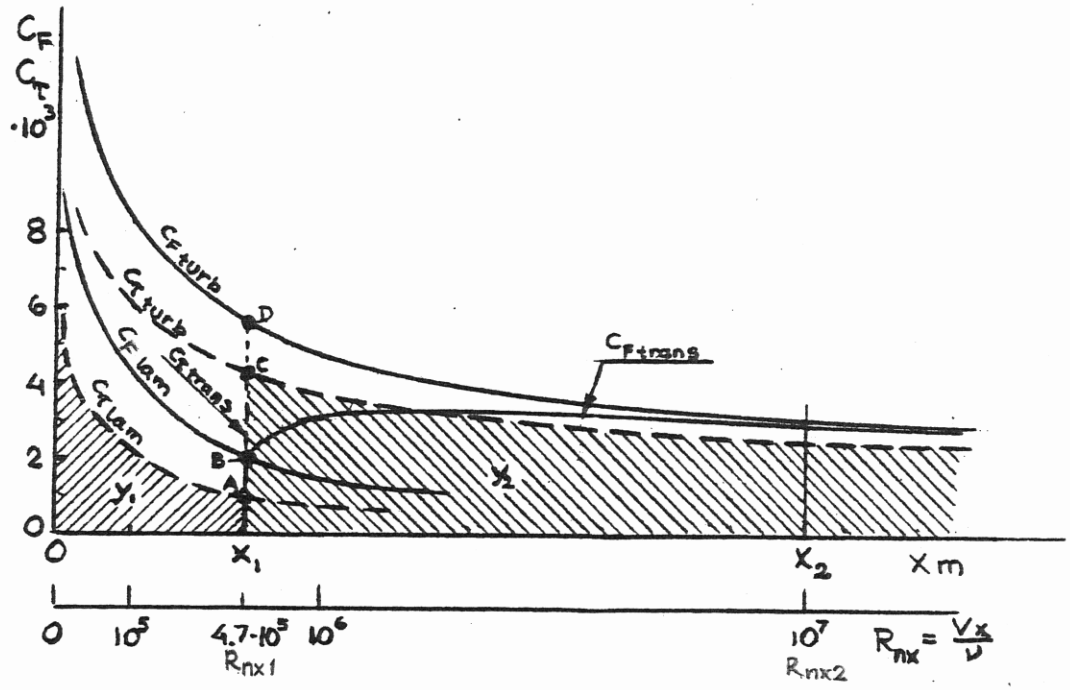


Fig 4. Schematiskt samband mellan olika friktionskoefficienter
C_τ = lokal friktionskoefficient
C_F = medelfriktionskoefficient

Enligt ovan och med hänvisning till ekv(9) gäller följande, med index 1 och 2 för positionerna x_1 resp x_2 i fig 4.

$$C_{F_{trans2}} = C_{F_{turb2}} - \frac{k}{R_{nx2}} = \frac{Y_1 + Y_2}{x_2}$$

$$Y_1 = \int_0^{x_1} C_{\tau\,lam}\,dx = x_1 \cdot C_{F_{lam1}} \quad \text{enl ekv (10)}$$

$$Y_2 = \int_{x_1}^{x_2} C_{\tau\,turb}\,dx = x_2 \cdot C_{F_{turb2}} - x_1 \cdot C_{F_{turb1}}$$

Med detta insatt och med x utbytt mot R_{nx} enl fig 4 erhålls:

$$k = - R_{nx1} \cdot C_{F_{lam1}} - \cancel{R_{nx2} \cdot C_{F_{turb2}}} + R_{nx1} \cdot C_{F_{turb1}} + \cancel{R_{nx2} \cdot C_{F_{turb2}}}$$

Insättning av $R_{nx1} = 4{,}7 \cdot 10^5$, $C_{F_{lam1}}$ enl ekv (6) och $C_{F_{turb1}}$ enl ekv (8) ger

$$\underline{k = - 1704} \quad \text{(ej exakt 1700 då } R_{nx1} \text{ ej är exakt } 4{,}7 \cdot 10^5\text{)}$$

Strömningshastighet, dynamiskt tryck och tryckmotstånd i gränsskikt

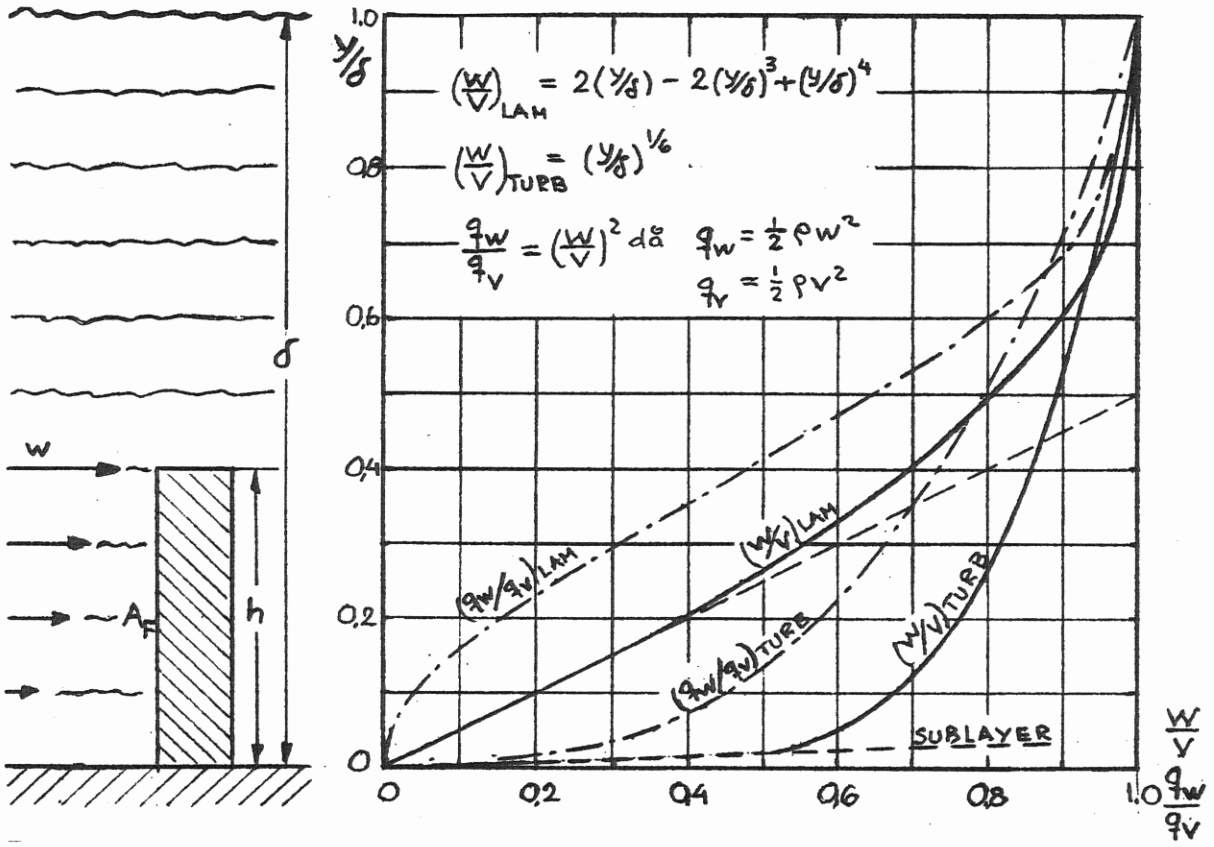


Fig 9:1. Strömningshastighet och dynamiskt tryck i ett gränsskikt

w = strömningshastighet inom gränsskiktet m/s
V = strömningshastighet utanför gränsskiktet m/s
q_w = dynamiskt tryck inom gränsskiktet = $\frac{1}{2}\rho w^2$ Pa
q_V = dynamiskt tryck utanför gränsskiktet = $\frac{1}{2}\rho V^2$ Pa
ρ = mediets densitet kg/m^3
δ = gränsskikttjocklek m
y = avstånd från den fasta ytan m
h = höjd av en fast detalj inom gränsskiktet eller medelhöjd m
A_F = den fasta detaljens frontyta mot strömningen m^2
$q_{wm} = \frac{1}{2}\rho w_m^2$ = dynamiskt medeltryck inom höjden h Pa
w_m = medel-strömningshastighet inom höjden h m/s

Den relativa strömningshastigheten inom gränsskiktet w/V är en funktion av det relativa avståndet från den fasta ytan y/δ, symboliskt uttryckt $w/V = f_w(y/\delta)$ enligt ekvationerna i fig 9:1.

Det relativa dynamiska trycket inom gränsskiktet är även en funktion av nämnda relativa avstånd (se fig 9:1)

(9:1) $$\frac{q_w}{q_V} = \frac{\frac{1}{2}\rho w^2}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \left[\frac{w}{V}\right]^2 = f_q(y/\delta) = \left[f_w(y/\delta)\right]^2$$

Tryckmotståndet R_p för en detalj inom gränsskiktet enl Fig 9:1

(9:2) $$R_p = c_{R_pA_F} \cdot q_{w_m} \cdot A_F \quad \text{eller} \quad c_{R_pA_F} = R_p/(\tfrac{1}{2}\varrho w_m^2 A_F)$$

$c_{R_pA_F}$ = en tryckmotståndskoefficient inom gränsskiktet, i /3/ kallad "independent drag coefficient".
Övriga beteckningar i (9:2) enl föregående sida.

Allmänt gäller för det relativa dynamiska medeltrycket q_{w_m}/q_V inom en relativ höjd h/δ inom gränsskiktet, se ekv (9:1):

(9:3) $$\frac{q_{wm}}{q_V} = \frac{\int_0^{h/\delta} f_q(y/\delta)\, d(y/\delta)}{h/\delta} = \left[\frac{w_m}{V}\right]^2 = \frac{\int_0^{h/\delta} \left[f_w(y/\delta)\right]^2 d(y/\delta)}{h/\delta}$$

För beräkning av q_{wm}/q_V insättes som $f_w(y/\delta)$ de uttryck på relativ strömningshastighet w/V som står angivna på Fig 9:1.

För <u>laminär strömning</u> är enl /3/ $(w/V)_{lam} = 2(y/\delta)-2(y/\delta)^3+(y/\delta)^4$. Med kvadrering och integrering ger ekv (9:3) den omfattande lösningen, som i båtsammanhang knappast är aktuell att utnyttja:

(9:4) $$\frac{q_{wm}}{q_V} = \frac{4}{3}\left(\frac{h}{\delta}\right)^2 - \frac{8}{5}\left(\frac{h}{\delta}\right)^4 + \frac{2}{3}\left(\frac{h}{\delta}\right)^5 + \frac{4}{7}\left(\frac{h}{\delta}\right)^6 - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\delta}\right)^7 + \frac{1}{9}\left(\frac{h}{\delta}\right)^8$$

$q_V = \tfrac{1}{2}\varrho V^2$ och beräknat δ ger q_{wm} för insättning i ekv (9:2).
Beträffande $c_{R_pA_F}$ se nedan.

För <u>turbulent strömning</u> finner man två uttryck för den relativa hastigheten w/V, nämligen

$w/V = (y/\delta)^{1/7}$, som egentligen skall gälla för $R_{nx} = 10^6$-10^7, och

$w/V = (y/\delta)^{1/6}$ för högre R_{nx}.

Det sistnämnda sambandet, som ger något högre motståndsvärden och ses tillämpas i praktiska beräkningssammanhang, studeras nedan.

$w/V = (y/\delta)^{1/6} = f_w(y/\delta)$. Ekv (9:3) ger

$$\frac{q_{wm}}{q_V} = \frac{\int_0^{h/\delta} (y/\delta)^{1/3}\, d(y/\delta)}{h/\delta} = \frac{(h/\delta)^{4/3}}{\frac{4}{3}(h/\delta)} = \frac{3}{4}(h/\delta)^{1/3}$$

(9:5) $$q_{wm} = \frac{3}{4}(h/\delta)^{1/3} q_V$$

Insätt δ för turb. strömn. enl ekv (18) i rapporten, där x = anströmmad längd:

$\delta = 0{,}154 \cdot x / R_{nx}^{1/7}$ vilket ger

$$q_{wm} = \frac{3}{4}\left\{\frac{h \cdot R_{nx}^{1/7}}{0{,}154 \cdot x}\right\}^{1/3} \cdot q_V \quad \text{och med } q_V = \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

(9:6) $$q_{wm} = 1{,}40(h/x)^{1/3} \cdot R_{nx}^{1/21} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2$$

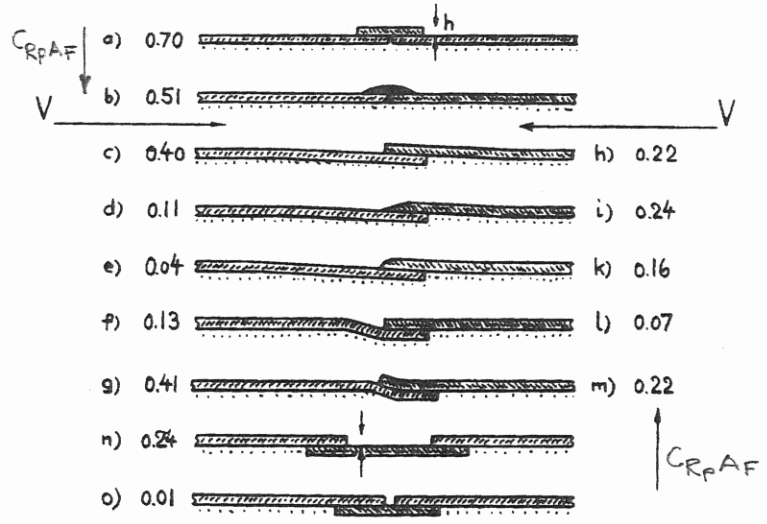
Detta ger tryckmotståndet inom det turbulenta gränsskiktet:

(9:7)
$$\begin{cases} R_p = c_{R_pA_F} \cdot 1{,}40(h/x)^{1/3} \cdot R_{nx}^{1/21} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 \cdot A_F & \text{eller} \\ R_p = c_{R_pA_F} \cdot 0{,}70(h/x)^{1/3} \cdot R_{nx}^{1/21} \cdot \rho V^2 \cdot A_F \end{cases}$$

Om i stället uttrycket $w/V = (y/\delta)^{1/7}$ tillämpas blir ekvationerna

(9:8)
$$\begin{cases} R_p = c_{R_pA_F} \cdot 1.33(h/x)^{2/7} \cdot R_{nx}^{2/49} \cdot \tfrac{1}{2}\rho V^2 \cdot A_F & \text{eller} \\ R_p = c_{R_pA_F} \cdot 0.67(h/x)^{2/7} \cdot R_{nx}^{2/49} \cdot \rho V^2 \cdot A_F \end{cases}$$

Fig 9:2 nedan, med data ur /3/, ger en uppfattning om hur tryckmotståndskoefficienten $c_{R_pA_F}$ kan variera för olika typer av diskontinuiteter på en yta inom ett gränsskikt. Där är intressant att se hur motståndskoefficienten verierar med avfasning, avrundning och strömningsriktning (V-pilarna).



Anm: Motståndsekvationerna ovan gäller under förutsättning att gränsskiktsavlösning ej sker.

Ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet

Utefter ett turbulent gränsskikts utsträckning finns närmast den anströmmade ytan ett mycket tunt skikt av laminär karaktär, benämnt visköst eller laminärt underskikt (eng: vanligen "laminar sublayer"). I fortsättningen används benämningen visköst underskikt för att förhindra förväxling med laminärt gränsskikt. I relation till det turbulenta gränsskiktets tjocklek är detta underskikts tjocklek, tex vid mitten av en 10 m båt vid 10 knop endast i storleksordninen ½ promille (i siffror kanske 0,03 - 0,05 mm mot ca 70 mm).

Bl a följande slutsatser av teoretiskt intresse och även praktisk betydelse kan dras vid studium av referenserna /3,5,6,7,9 och 10/.

Inom det viskösa underskiktet sker en dämpning av det utanför liggande turbulenta gränsskiktets virvlar så att de helt försvinner vid den fasta ytan.

Underskiktet börjar där det laminära gränsskiktet slutar och det tubulenta tar vid, alltså vid omslagspunkten där den lokala friktionskoefficienten har en stark momentan ökning (se rapportens pkt 1.3.4, mom a3, s.24).

Inom det laminära gränsskiktet uppstår den"laminära delen" av friktionsmotståndet och i det viskösa underskiktet uppstår den "turbulenta delen". Tillsammans bildar dessa delar det totala friktionsmotståndet. Beräkning av friktionskoefficienterna för dessa strömningsområden gällande glatt yta har visats under pkt 1.3.1 - 1.3.2. Även för glatta ytor är alltså friktionskoefficienten betydligt lägre inom det laminära gränsskiktet än inom det viskösa underskiktet.

Det viskösa underskiktets tjocklek har avgörande betydelse vad gäller ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet. Ytskrovligheter som är "väl inbäddade" i det viskösa underskiktet påverkar inte friktionsmotståndet.

Detta sista är styrkt genom utförda laboratorieförsök i förening med teorier om hur det viskösa underskiktets tjocklek sammanhänger med strömningshastighet och anströmmad längd.

J Nikuradse utförde i Göttingen i början av 1930-talet strömningsförsök i rör med olika invändig ytråhetsgrad, åstadkommen med sand

av varierande kornstorlek.Försöken visade att den laminära delen av strömningen var, betr friktionsmotståndet, så gott som okänslig för ytråheten inom det provade registret av kornstorlek, vilket i huvudsak även gällde övergångsfasen till turbulent strömning. Först framme vid fullt utvecklad turbulens framträdde mycket markant ytråhetens inverkan på motståndet. Detta framgår av Fig 10:1, där parametern för motståndskurvorna är förhållandet mellan rörradien r och ytråhetens kornstorlek k. Detta experimentella resultat kan jämföras med rapportens Fig 3 (s.19), som gäller hydrauliskt slät yta. Ju mindre kornstorleken i Fig 10:1 är, desto större är den principiella likheten mellan diagrammen.

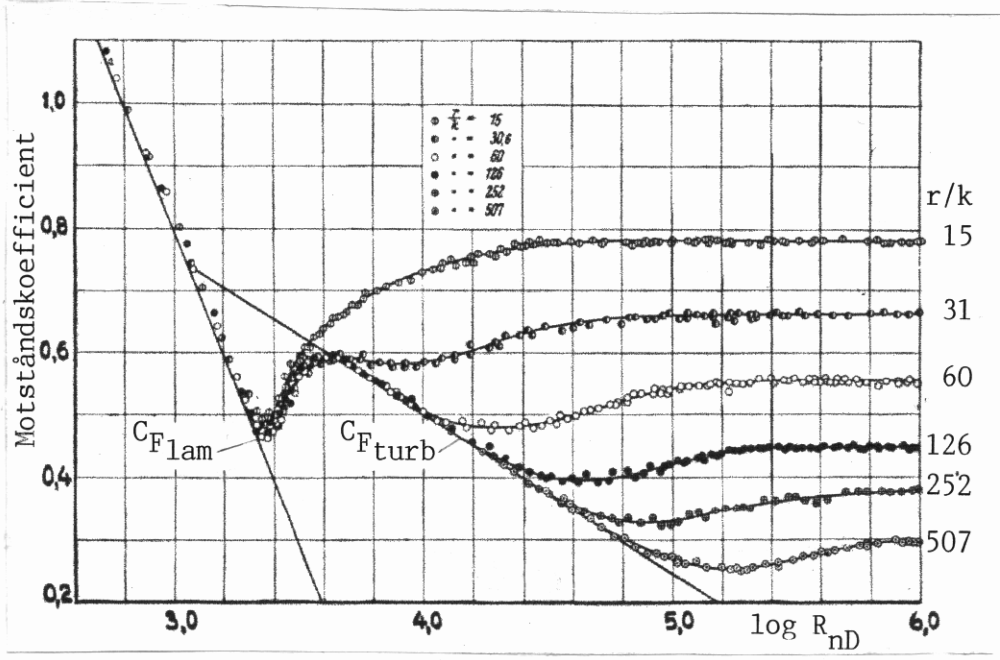


Fig 10:1. Resultat från J Nikuradses strömningsförsök i rör med varierande ytråhet, definierad som r/k, där r = rörets radie och k = kornstorleken. $R_{nD} = V \cdot D/\nu$, D = rördiam. Ref /5/.

Utgående från Nikuradses försök beräknade L Prandtl och H Schlichting (1934) friktionskoefficienten för plattor med varierande ytråhet. En viktig del av resultatet framgår av fig 10:2. I det följande beskrivs vad som kan utläsas härav.

I diagrammet (fig 10:2) ingår två kurvskaror, benämnda:

$\frac{x}{k_s}$ resp $\frac{V \cdot k_s}{\nu}$

x = anströmmad längd |m|
k_s = kornstorlek |m|
V = strömningshastighet |m/s|
ν = kinematisk viskositet $|m^2/s|$

Anm: I diagrammet står ursprungligen l/k_s, där l står för anströmmad längd. Här har i stället för l valts x, som ger en mera allmängiltig prägel då x är koordinaten i strömningsriktningen, ut-

gående från den anströmmade längdens/ytans framkant. l kan föra tanken till en båts vattenlinjelängd eller till försöksplattans längd. Det senare var det ursprungligen fråga om vid försöken, men i diagrammet är betydelsen generell.

Principen för att grafiskt bestämma motståndsökning för ytråhet visas med ett exempel i Fig 10:2.

I SYR:s "Kompendium Del III", även tillgängligt på hemsidan, ger mom 3.3.4, s.3-21 och Bilaga 3/4 ytterligare information om ytråhetsdiagrammets funktion för motståndsberäkning.

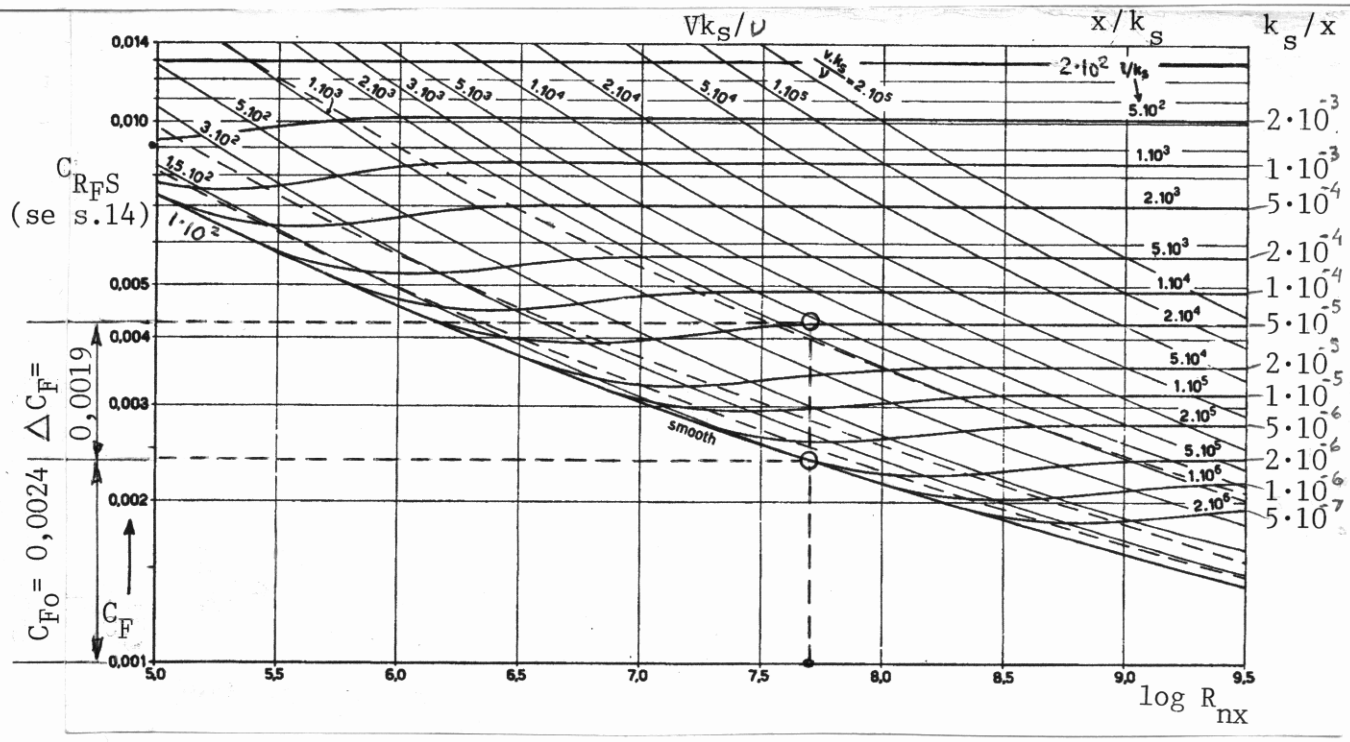


Fig 10:2. Friktionskoefficientens (C_F) variation med ytråhetens kornstorlek (k_S), ingående i parametrarna x/k_S och $V \cdot k_S/\nu$, som funktion av Reynolds tal R_{nx}. Källa: ref /5/

Med $R_{nx} = \frac{Vx}{\nu}$ ser man sambandet mellan diagrammets parametrar:

(10:1) $$\frac{x}{k_s} = \frac{R_{nx}}{\frac{Vk_s}{\nu}} \quad \text{och} \quad \frac{Vk_s}{\nu} = \frac{R_{nx}}{x/k_s}$$

Nedre gränsen för kurvorna är "friktionslinjen" enligt Prandtl - Schlichting, vilken skall gälla för en "hydrauliskt slät yta":

(10:2) $$C_{F_{(P-S)}} = 0{,}455(\log R_{nx})^{-2{,}58}$$

Denna friktionskoefficient överensstämmer med C_F enligt ITTC-57 vid $R_{nx} = 10^7$ och ligger för lägre R_{nx} något under och för högre R_{nx} något över ITTC-57-linjen (se rapportens s.21).

Kurvorna x/k_s = konstant ger medelfriktionskoefficienten för en vald längd x vid varierande hastighet. Det är alltså hastigheten som i detta fall ger R_{nx}-variationen. Man ser att kurvorna för konstant x/k_s ger konstant friktionskoefficient frånsett ett avsnitt närmast C_F-gränskurvan. Vid en sådan konstant medelfriktionskoefficient, som här kan betecknas C_{Fk_s}, för att skilja den från C_F gällande glatt yta, ökar alltså friktionsmotståndet $R_F = C_{Fk_s} \cdot \frac{1}{2}\rho V^2 S$ med kvadraten på hastigheten. För en given konstant längd på tex en platta eller en båt måste vid ökande fart/fartkrav x/k_s-värdet öka, dvs k_s minska successivt för att ytråheten ej skall ge bidrag till friktionsmotståndet.

Kurvorna Vk_s/ν = konstant ger C_{Fk_s} (se ovan) för en vald hastighet V vid varierande anströmmad längd x. Här är det x som ger R_{nx}-variationen. Man finner att Vk_s/ν = ca 100, som ej är inritad i diagrammet, kan förmodas smyga helt nära C_F-linjen för helt slät yta. Detta betyder att man därmed skulle kunna få ett ungefärligt värde på den kornstorlek som vid givna förhållanden inte ger något friktionstillskott, dvs "tillåten" kornstorlek eller här kallad kornstorlek med "nolleffekt" k_{so}. Alltså:

$$(10{:}3) \quad k_{so} = \frac{100\nu}{V} \quad \left|\frac{m^2}{s}\cdot\frac{s}{m}\right| = |m|$$

Sättes här $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ (motsvarande ca 22^o oceanvatten) får man en känd "tumregel" för kornstorlek som inte påverkar friktionsmotståndet, nämligen:

$$(10{:}4) \quad k_{so} = \frac{100 \cdot 10^{-6}}{V} \ |m| \quad \text{eller} \quad k_{so} = \frac{100}{V} \ |\mu m| \ \text{med V i m/s}$$

Enligt denna approximation sammanhänger k_{so}-värdet endast med strömningshastigheten, alltså oberoende av anströmmad längd. Hur det verkligen förhåller sig kan bestämmas på följande sätt.

x/k_s- och Vk_s/ν-kurvorna i Fig 10:2 bygger på empirisk grund. Det gäller då att även på empirisk grund bestämma sambandet mellan R_{nx} och Vk_s/ν då de senare nämnda kurvorna når fram till C_F-linjen för glatt yta. Härvid utnyttjas även parametern x/k_s.

Enligt ekv (10:1) gäller:

$$\frac{Vk_s}{\nu} = \frac{R_{nx}}{x/k_s}$$

I diagrammet avläses samhörande x/k_s- och $\log R_{nx}$-värden vid de punkter där x/k_s-kurvorna når fram till C_F-linjen för glatt yta. x/k_s-värdena logaritmeras och sambandet $\log(x/k_s) = f(\log R_{nx})$ uppritas. Det visar sig att detta samband är linjärt och linjens ekvation kan bestämmas till

(10:5) $0{,}88 \log R_{nx} - \log(x/k_s) = 1{,}1$ vilket är detsamma som

$$\log\left\{\frac{R_{nx}^{0,88}}{x/k_s}\right\} = 1{,}1 \quad \text{varmed} \quad \frac{R_{nx}^{0,88}}{x/k_s} = 12{,}6$$

Genom multiplikation i båda leden med $R_{nx}^{0,12}$ erhålls

(10:6) $$\frac{R_{nx}}{x/k_s} = 12{,}6 \cdot R_{nx}^{0,12}$$

Kombination av ekvationerna (10:1) och (10:6) ger

$$\frac{Vk_s}{\nu} = 12{,}6 \cdot R_{nx}^{0,12}$$ varmed den sökta k_{so}-ekvationen är

(10:7) $$k_{so} = \frac{12{,}6\,\nu\, R_{nx}^{0,12}}{V} \ |m| \quad \text{med } R_{nx} = \frac{Vx}{\nu}$$

Ekvationen visar att k_{so} påverkas mest av hastigheten (V) men även i viss mån av anströmmad längd (x).

Fig 10:3 visar jämförelse mellan på två olika sätt beräknade k_{so}-kurvor, dels a) genom ekv (10:3), dels b) genom ekv (10:7). Kurvorna a_1) och b_1) gäller för varierande anströmmad längd x vid konstant hastighet utanför gränsskiktet V = 5 m/s. Kurvorna a_2) och b_2) gäller för varierande V vid x = 5 m. Skillnaden mellan de båda beräkningsmetoderna är tämligen marginell. Av kurvorna a_2) och b_2) ser man påtagligt strömningshastighetens stora betydelse i sammanhanget.

Här bör observeras att kurvan b_1) ger lokalt tillåtna värden på k_{so}. k_{so}-värdet vid tex x = 30 m gäller alltså inte för hela den framför varande ytan, som teoretiskt måste ha en i riktning mot framkanten allt slätare yta för att friktionsmotståndet ej skall påverkas. I detta fall ger a_1)-linjen ett lämpligt riktvärde för hela ytans finhetskrav, dock teoretiskt sett med undantag av ytans främsta del, där kravet är strängare.

Inledningsvis har i denna bilaga nämnts att ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet sammanhänger med det viskösa underskiktets

tjocklek, som brukar betecknas δ_L. Ytskrovligheten skall vara "väl inbäddad" i underskiktet för att ej påverka friktionsmotståndet. I hydrodynamisk litteratur finner man olika uttryck för beräkning av δ_L, vilka kan skilja sig avsevärt från varandra. Det är i alla fall uppenbart att δ_L ökar med ökad anströmmad längd då strömningshastigheten är konstant och framför allt minskar med ökande hastighet vid konstant anströmmad längd på motsvarande sätt som ytråhetens tillåtna kornstorlek k_{so} enligt ekv (10:7).

En approximativ metod att beräkna δ_L anger Schlichting i ref /10/ med följande samband (med något modifierade symboler):

(10:8) $$\delta_L \cong \frac{5\nu}{V_\tau} \ |m|$$

$$V_\tau = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \ |m/s|$$

$$\tau_o = C_\tau \tfrac{1}{2}\rho V^2 \ |N/m^2|$$

$$C_\tau = 0{,}0592 \ R_{nx}^{-0,2} \text{ varmed}$$

$$\tau_o = 0{,}0296 \rho \ V^2 R_{nx}^{-0,2}$$

ν = kinem. viskositet $|m^2/s|$

V_τ = "friktionshastigheten" eller "skjuvhastigheten" inom vätskeskiktet närmast den fasta ytan (bet. även U_τ eller v_*) $|m/s|$

τ_o = den lokala skjuvkraften per ytenhet närmast den fasta ytan $|N/m^2|$

ρ = vätskans densitet $|kg/m^3|$

V = strömningshastigheten på stort avstånd = en båts fart (beteckn. även U_∞) $|m/s|$

C_τ = lokal friktionskoefficient

R_{nx} = Vx/ν =Reynolds tal baserat på anströmmad längd x $|m|$

Detta ger:

(10:9) $$\delta_L \cong \frac{29\nu \ R_{nx}^{0,1}}{V} \ |m|$$

(Jfr 10:7)

I fig 10:3 är även inritade kurvor över δ_L som funktion av anströmmad längd x vid strömningshastigheten V = 5 m/s, kurva c_1) resp. som funktion av V vid x = 5 m/s, kurva c_2). Här ser man att δ_L-kurvorna har samma karaktär som k_{so}-kurvorna (jfr c_1 med b_1).

För att få en påtaglig uppfattning om ytfinheten i termer av kornstorleken k_{so} kan som exempel i fig 10:3, med hjälp av kurvorna a_2) och b_2), som gäller anströmmad längd x = 5 m, ansätta strömningshastigheten V = 4 m/s (ca 8 knop). Detta ger k_{so} ca 25 μm, en kornstorlek som motsvarar slipduk 400, där kornen ligger intill varandra, 400 st per cm, där alltså korntätheten kan sägas vara 100%. Förutom kornstorleken har denna nämnda korntäthet, eller "ytråhetens densitet", betydelse för friktionsmotståndet. Ju större tätheten är för korn som ligger över de "tillåtna" k_{so}-värdena desto större blir friktionstillskottet, dock enligt vissa försök med ett maximum något under 100%-ig täthet. Den relativa motstånds-

ökningen förefaller vara störst inom täthetsområdet 0 - 20%.

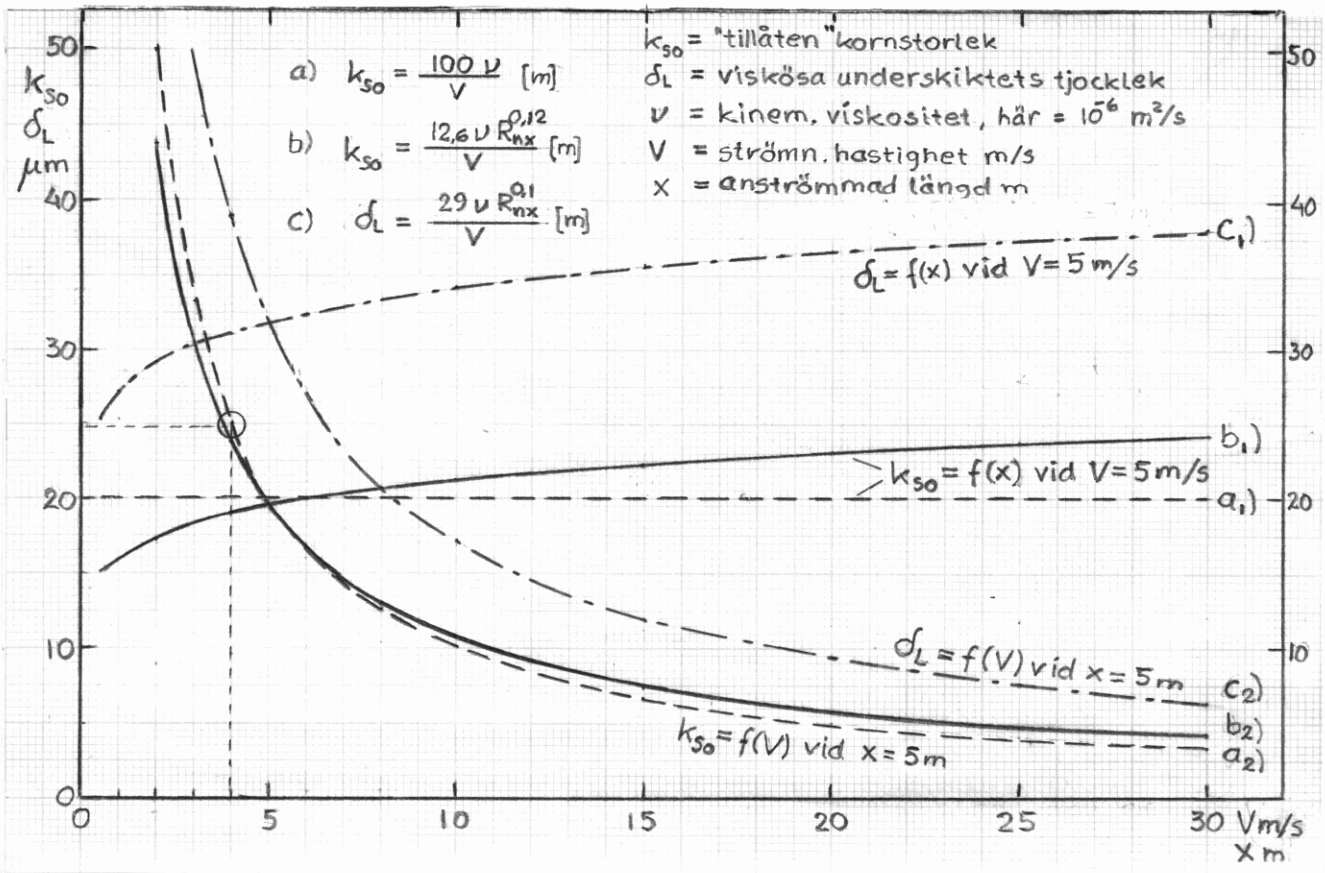


Fig 10:3. "Tillåten" ytråhet k_{so} resp. det viskösa underskiktets tjocklek δ_L som funktion av strömningshastighet V och anströmmad längd x. Kurvorna a_1 och a_2 är dock oberoende av anströmmad längd på grund av tillämpad approximation.

En uppfattning om i vilken grad ytråhetens kornstorlek över den "tillåtna" kan påverka friktionsmotståndet, exempelvis för en segelbåt i 30-40-ft-klassen, visas i Fig 10:4, med underlag av vad som framgår av nästa sida med Fig 10:5. Motståndsökningen i Fig 10:4 är uttryckt som procentuellt tillskott ΔR_F till friktionsmotståndet. Ytråheten representeras av kornhöjden k_s.

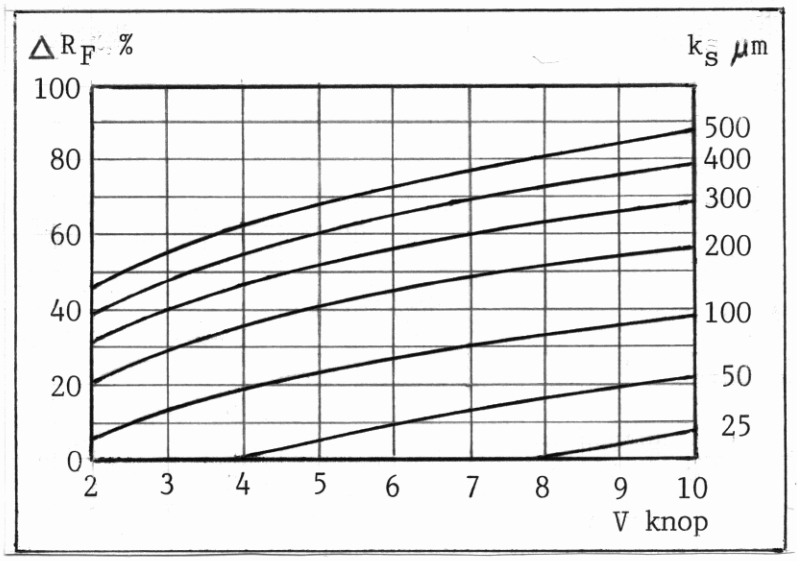


Fig 10:4. Ytråhetens inverkan på friktionsmotståndet enligt ovanstående premisser. Beräkningsunderlag enl Nikuradse, ekv (3:23), s.3-22,"Kompendium Del III".

Symmetriska vingprofilers motstånd i parallellströmning.
Utförda modellförsök i jämförelse med empiriska ekvationer.

I anslutning till rapportens mom 1.4, fr.o.m. s.31, och i derekt anslutning till kommentarerna på s. 39, presenteras i det följande en detaljstudie av profilmotståndets förändring, dels med tjockleksförhållandet t/c, dels med Reynolds´tal R_{nc} baserat på profilkordan. I parallellströmning är för en tvådimensionell vinge profilmotståndet = totalmotståndet (friktion och tryck), varmed motståndskoefficienten fått beteckningen $C_{D_TA_1}$ resp. $C_{D_TA_2}$, beroende på vilken referensyta, enkel eller dubbel, som önskas gälla.

Det framgår av rapportens Fig 6, s.32, med det kompletterande nedre diagrammet, att det främst aktuella R_{nc}-området för segelbåtskölar och roder ligger inom $5\cdot10^5 < R_{nc} < 10^7$, för vilket ekv (33) ansetts gälla. För högre hastigheter (och/eller stor kölkorda) kan ekv (34) vara aktuell från $R_{nc} > 10^7$.

Man finner emellertid att motståndsvärdena enligt nämnda ekvationer, speciellt (33), genomgående överstiger med mellan ca 20 och 40% de experimentella värden som ändå legat som underlag för såväl Fig 6 som bl.a. även de empiriska ekvationerna. Detta åskådliggörs nedan i Fig 11:1, som är en detaljförstoring av rapportens Fig 6,

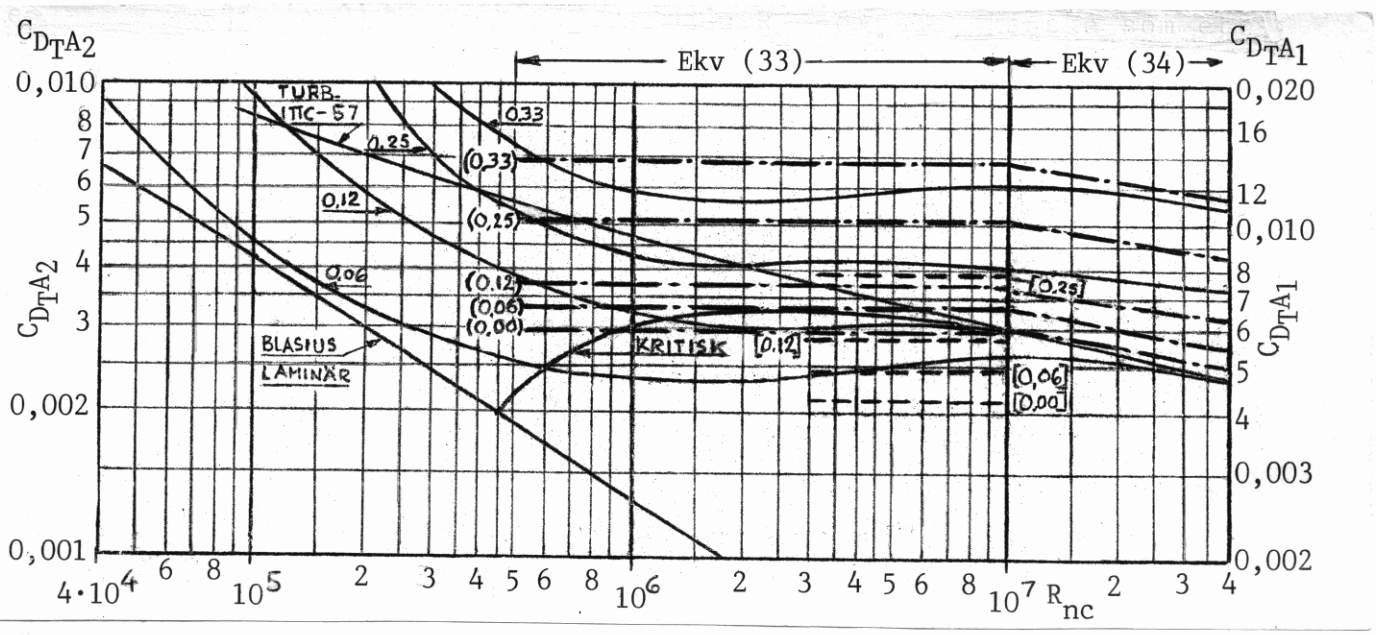


Fig 11:1. Vindtunnelprov enl /3/ med vingprofiler, där t/c är 0,06, 0,12, 0,25 resp 0,33, jämförda med beräkning enligt ekv (33) och (34) —·— samt prov enligt /1/ – – – –. Heldragna kurvor visar vindtunnelproven. Prov och beräkningar gäller utvärdering av profilmotståndet i parallellströmning. Proven här är utförda utan turbulensstimulator.

men originalkurvorna från försöken är inlagda i stället för utvärderade medelkurvor. Ovannämnda avvikelser har även, utan särskild analys, uppmärksammats av det team enligt ref /4/ som sammanställt de berörda empiriska ekvationerna, vilket framgår av ref /13/.

I Fig 11:1 redovisas motståndskoefficienterna, såväl originaldiagrammets $C_{D_TA_1}$ som ekvationernas $C_{D_TA_2}$ ($= \frac{1}{2} \cdot C_{D_TA_1}$), som funktion av R_{nc} för fyra originalkurvor för jämförelse med motsvarande beräknade motståndsvärden. Det är kurvor med parametern t/c = 0,06, 0,12, 0,25 och 0,33, vilket drygt omfattar t/c-området aktuellt för segelbåtskölar och roder. Kurvorna är markerade med t/c-värdet.

De med de empiriska ekvationerna beräknade motståndsnivåerna för t/c-exemplen visas med grova streckprickade räta linjer, "horisontella" inom $5 \cdot 10^5 < R_{nc} < 10^7$ enligt ekv (33) och därefter "fallande" för högre R_{nc}-värden enligt ekv (34). Dessa motståndsnivåer är markerade med resp. t/c-värde inom ().

Som "nollnivå" inom det ovan förstnämnda R_{nc}-området är i ekv (33) ansatt det fixa motståndsvärde, betecknat C_F^*, som ekvationen ger då t/c = 0. Detta C_F^* får sitt värde från "friktionslinjen" för turbulent strömning, "TURB ITTC-57" i Fig 11:1, vid $R_{nc} = 10^7$, d.v.s. $C_F^* = C_{D_TA_2} = 0{,}0030$ (se kommentarerna till ekv (33), s.37). Denna som konstant ansatta motståndsnivå inom R_{nc}-avsnittet $5 \cdot 10^5 - 10^7$, som stöds av modellförsökens nära "horisontella" motståndsnivåer inom området, kan motiveras med att den anses utgöra medelnivå för övergångszonen från laminär till turbulent strömning för en plan skiva med försumbar tjocklek, en s.k. "friktionsplatta".

I detta sammanhang kan i Fig 11:1 betraktas inritat exempel på "KRITISK"-benämnd övergångskurva mellan laminär och turbulent strömning enligt rapportens ekv (9), s.22 för en "friktionsplatta" enligt ovan, med hänvisning till Fig 3, s.19. I Fig 11:1 visas hur i detta fall "KRITISK"-kurvan sammanfaller (skär över) den inritade nollnivån vid R_{nc} = ca 10^6 och 10^7, och därmed omfattande en betydande del av i sammanhanget aktuellt R_{nc}-intervall, där den ganska väl passar in med den ansatta nollnivån som medelvärde.

För följande avsnitt, $R_{nc} > 10^7$, fortsätter enligt ekv (34) nollnivån i direkt anslutning till den "horisontella" delen, men riktningen ändras till parallellitet med "friktionslinjen" för turbulent strömning.

Nollnivålinjerna gäller som utgångsnivå för tillägg av t/c-inverkan på friktions- och tryckmotstånd, förklarat genom ekv (35), men ekv (33) resp. (34) ger direkt slutnivån vid resp. R_{nc}.

För jämförelse är i Fig 11:1, med streckade "horisontella" linjer, inlagda motståndsnivåer från andra vindtunnelförsök med symmetriska vingprofiler i parallellströmning. Det är profiler ur NACA fyrsifferserie med t_{max} vid 30% av kordalängden från framkanten, dvs "icke-laminärprofiler" (se Fig 7, s.35), vilket också de här ovan åberopade ekvationerna förutsätter. De nyssnämnda motståndsnivåerna är avlästa i diagram publicerade i /1/ och gäller som medelvärde inom R_{nc}-området $3 \cdot 10^6$- $9 \cdot 10^6$. De är markerade med t/c-värdet inom klammer. Exempel ur nämnda NACA-serie visas i Bilaga 15.

Man ser här att dessa motståndsnivåer ligger nära motsvarande försökskurvor enl Fig 11:1, varmed också de ligger anmärkningsvärt lågt i relation till motståndsnivåerna enligt ekv (33). Detta för tanken till "fördröjt" omslag från laminär till turbulent strömning vid för laminärt gränsskikt gynnsamma laboratoriemässiga omständigheter, vilket medför att motståndskoefficienten bibehålls låg upp till förhållandevis höga Reynolds´tal. Sådana situationer uppmärksammas f.ö. i ref /3/, kap.6.

Ett påtagligt ytterligare argument för misstanken om påverkan av laminär strömning finner man i det faktum att nämnda NACA- modellförsök även gjordes med s.k. NACA standard ytråhet som turbulensstimulator. Detta innebär att resp. vingmodell, med kordan 610 mm (2 ft), inom ca 50 mm (8% av kordalängden) från framkanten, beladdes på båda sidor med sand e.dyl. med kornstorlek ca 0,25 mm (0,4‰ av kordan). Grundförsöken saknade tydligen turbulensstimulator.

Proven med detta ytråhetsstråk vid $R_{nc} = 6 \cdot 10^6$ visar en avsevärd ökning av profilmotståndet, i storleksordningen 50 - 100% beroende på profiltyp, se tex Bilaga 15 och ref /1/. Av nämnda motståndstillskott kan det mesta antagas bero på säkerställt turbulent gränsskikt, medan en mindre del utgörs av sandstråkets eget motstånd. För att verifiera detta har som exempel beräkning gjorts för NACA-profilerna i fyrsifferserien 0006 och 0012. Dessa är representerade i Fig 11:1 med vid modellförsök utan sandstråk framtagna motståndsnivåer, märkta med resp. t/c-värde, {0,06} resp. {0,12} enligt vad som framgår ovan.

Beräkningen gick alltså ut på att ge förklaring till ovannämnda

stora motståndsökning vid "sandstråksförsöken" i relation till försöken med glatt vingyta. Enligt ovan antogs som hypotes att motståndsökningen beror på att sandstråket verkligen fungerar som turbulensstimulator, vilket samtidigt, med den stora motståndsskillnaden, skulle bekräfta att strömningen utan turbulensstimulering bör ha betydande laminärt inslag i modellförsöken. För övrigt bidrar själva sandstråkets motstånd till motståndsökningen.

För att bestämma denna motståndsdel har "ytråhetsdiagrammet", Fig 10:2 i Bilaga 10, utnyttjats med ingångsvärden dels för Reynolds' tal R_{nx} baserat på sandstråkets bredd x i strömningsriktningen, (0,05m) och där hastigheten V i R_{nx} erhålls ur försökens R_{nc} = $6 \cdot 10^6$, (med c = 0,61m), dels x/k_s-värdet, där x är nyssnämnda bredd och k_s är kornstorleken i sandstråket (0,00025m).

Sandstråkets bidrag, uttryckt i en motståndskoefficient, utslagen på vingens totala yta (två sidor, A_2) resp. projicerad yta (A_1), är:

$$\Delta C_{R_F A_2} = \frac{\Delta R_F}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2} = 0{,}0011 \text{ eller } \Delta C_{R_F A_1} = \frac{\Delta R_F}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_1} = 0{,}0022$$

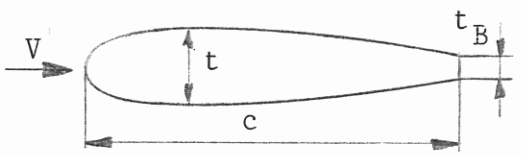
Med sandstråkets motståndsbidrag kompenserat genom avdrag från redovisat totalmotstånd (inklusive sandstråk) för ett stort antal modellförsök med varierande t/c enligt ref /1/, konstateras att de på detta sätt till turbulent strömning korrigerade motståndsnivåerna ligger mycket nära de nivåer som beräkning enligt ekv (33) och därtill anslutande ekv (34) ger. Dessa ekvationer har sålunda tolkats motsvara "fullskalestatus" för vingprofiler i turbulent miljö, vilket därmed innebär rekommendation för tillämpning där nämnda status efterfrågas. Mot ekvationerna svarande motståndsnivåer visas med streckade linjer i rapportens Fig 6, s.32.

De i ref /1/ publicerade modellförsöken är helt enhetligt utföda vad beträffar modellernas huvuddimensioner (korda och spännvidd) och provprogram. Därmed kan den här beskrivna utvärderingen tillämpas generellt i ref /1/ med ett till värdet fixt friktionsavdrag enligt ovan.

De två andra ekvationerna (30) och (31) inom mom 1.4.1.1, s.36, har inte ingående tagits ställning till då de knappast torde vara av intresse i båtsammanhang. Försökskurvorna i Fig 6 inom dessa ekvationers R_{nc}-område, upp till $5 \cdot 10^4$ resp. $5 \cdot 10^5$, ger i alla fall en uppfattning om motståndsutvecklingen där.

Motstånd av vingprofiler med avskuren bakkant
(Pkt 1.4.1.2 i rapporten, s.40)

Beräkning av motståndet för rubricerade symmetriska vingprofiler beskrivs i /3,s.3-21/. För en sådan profil tillkommer, till motståndet för en profil med skarp bakkant, ett bakkants-tryckmotstånd D_{pB}, vars motståndskoefficient $C_{D_{pB}A_B}$, baserad på bakkantsytan $A_B = t_B \cdot h$, har genom utvärdering av praktiska försök, givits nedanstående form. Här gäller det tvådimensionell status.



h = den "tvådimensionella" profilens höjd (tex roder) eller spännvidd (vinge)

(12:1) $$C_{D_{pB}A_B} = 0{,}14(C_{D_F A_B})^{-1/3} = D_{pB}/(\tfrac{1}{2}\varrho V^2 A_B)$$

(12:2) $$C_{D_F A_B} = D_F/(\tfrac{1}{2}\varrho V^2 A_B)$$ = koefficienten för profilens hela friktionsmotstånd D_F, inklusive formberoendet, baserat på bakkantsytan A_B.

Motståndskoefficienterna $C_{D_{pB}A_B}$ och $C_{D_F A_B}$ kan omvandlas till motsvarande koefficienter baserade på vingprofilens dubbla projiserade mantelyta, dvs ytan $A_2 = 2ch$ i stället för bakkantsytan $A_B = t_B h$, genom multiplikation med A_B/A_2, som är = $t_B/2c$.
För $C_{D_{pB}A_B}$ utnyttjas förhållandet att

$$A_B/A_2 = (A_B/A_2)^{-1/3} \cdot (A_B/A_2)^{4/3}$$ Därmed erhålls:

$$C_{D_{pB}A_2} = 0{,}14(C_{D_F A_B} \cdot A_B/A_2)^{-1/3} \cdot (A_B/A_2)^{4/3}$$ eller

(12:3) $$C_{D_{pB}A_2} = 0{,}14(C_{D_F A_2})^{-1/3} \cdot (A_B/A_2)^{4/3} = D_{pB}/(\tfrac{1}{2}\varrho V^2 A_2)$$ och

(12:4) $$C_{D_F A_2} = D_F/(\tfrac{1}{2}\varrho V^2 A_2)$$ med D_F enligt ovan invid ekv (12:2)

Ekv (12:3) kan med $A_B/A_2 = t_B/2c$ enl ovan även skrivas

(12:5) $$C_{D_{pB}A_2} = 0{,}14(C_{D_F A_2})^{-1/3} \cdot (t_B/2c)^{4/3}$$

I princip detta samband anges i /3,s.3-21/, dock att i stället för $C_{D_{pB}A_2}$ används en koefficient - motsvarande $C_{D_{pB}A_1}$ med i denna rapport använd beteckning - baserad på den enkla projiserade ytan $A_1 = ch$, varmed $(t_B/2c)$ ersätts med (t_B/c) och $C_{D_F A_2}$ ersätts med

$C_{D_F A_1} = D_F/(\frac{1}{2}\rho V^2 A_1)$.

Av /3/ framgår att där visade ekvationer, motsvarande (12:1) och (12:5) ovan, endast gäller turbulent strömning, dvs för vingprofiler vid R_{nc} > ca $5 \cdot 10^5$ (se rapportens fig 6). Det är för övrigt naturligt att den tvära basens tryckmotstånd gör sig gällande fullt ut endast i väl utvecklad turbulent strömning, där man kan räkna med att avlösning sker först vid basens kant. I det kritiska och framför allt i det underkritiska strömningsområdet torde, speciellt om skillnaden mellan t och t_B är relativt stor, avlösning ske före bakkanten, varmed denna kommer att innefattas i en större avlösningszon med följd att ett speciellt bakkantsmotstånd inte förekommer eller är av så ringa betydelse att det kan försummas. Jfr fig 6 med kommentarer.

Ekv (12:3) kan vidareutvecklas med $(\frac{A_B}{A_2})^{4/3} = (\frac{A_B}{A_2})(\frac{A_2}{A_B})^{-1/3}$ till

(12:6) $$C_{D_{pB}A_2} = 0{,}14\ \frac{A_B}{A_2}\left(C_{D_F A_2} \cdot \frac{A_2}{A_B}\right)^{-1/3}$$

Enligt rapportens ekv (33) och (34), med motståndsuppdelning enligt (35), kan koefficienten för profilens friktionsmotstånd, med beteckning enligt ekv (12:4), skrivas

(12:7) $C_{D_F A_2} = C_F(1+2\frac{t}{c})$, där C_F är "plattfriktionskoefficienten" enligt ITTC-57, som dock enligt ekv (33) satts = 0,003 inom avsnittet $5 \cdot 10^5 < R_{nc} < 10^7$.

Termen $2\frac{t}{c}$ representerar profilformens inverkan på friktionsmotståndet. Därmed kan ekv (12:6) skrivas

(12:8) $$C_{D_{pB}A_2} = 0{,}14\ \frac{A_B}{A_2}\left|C_F(1+2\frac{t}{c})\frac{A_2}{A_B}\right|^{-1/3} = D_{pB}/(\tfrac{1}{2}\rho V^2 A_2)$$ med C_F enl ovan.

Detta är alltså koefficienten för bakkants-tryckmotståndet för en vingprofil med avskuren bakkant, uttryckt i en praktiskt användbar form, relaterad till ytan A_2 enligt föregående sida.

Totalmotståndskoefficienten $C_{D_T A_2}$ för denna profil sammansätts dels av totalmotståndskoefficienten för motsvarande profil med skarp bakkant och samma A_2, t och c enligt rapportens ekv (34), eller ekv (36) för laminärprofil, dels av bakkantens tryckmotståndskoefficient enligt ekv (12:8), vilket tex för "icke-laminär" profil ger ekvationen:

(12:9) $$C_{D_T A_2} = C_F\left[1+2\frac{t}{c}+60\left(\frac{t}{c}\right)^4\right] + 0{,}14\,\frac{A_B}{A_2}\left[C_F\left(1+2\frac{t}{c}\right)\frac{A_2}{A_B}\right]^{-1/3}$$

Enligt rapportens ekv (33) och (34) gäller C_F enligt ITTC-57 för $R_{nc}>10^7$, medan C_F ersätts med 0,003 inom $5\cdot10^5<R_{nc}<10^7$.

Totalmotståndet $D_T = C_{D_T A_2}\cdot\frac{1}{2}\rho V^2 A_2$ får därmed den form som ekvationerna (37-38) visar.

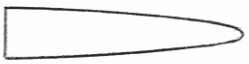
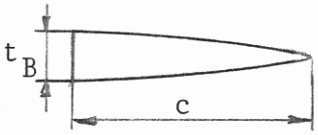
Uttryck motsvarande detta finner man i viss skeppsteknisk litteratur, där dock termen $C_F(1+2\frac{t}{c})$ i ekvationens senare del har ersatts med enbart C_F med betydelsen friktionskoefficienten för en plan yta utan ovannämnd nyansering beträffande R_{nc}-området. Detta kan vara en accepterad förenkling eller en förståelig misstolkning av ursprungskällan /3/. Det förefaller emellertid naturligt att profilens tjockleksföhållande t/c skall beaktas vid bestämmande av bakkantsmotståndet. Ju större t/c är desto mindre bidrar bakkantsmotståndet till totalmotståndet genom den negativa exponenten för termen $C_F(1+2\frac{t}{c})$ i ekvationens senare del. Inverkan av förhållandet mellan bakkantsytan och profilytan beaktas genom termerna A_B/A_2 och $(A_2/A_B)^{-1/3}$.

Inverkan av ovannämnda förenkling kan exemplifieras genom exempel 2 på sidan 41 i rapporten omräknat med C_F i stället för $C_F(1+2\frac{t}{c})$, där C_F i exemplets fall, i enlighet med ekv (37), ersatts med 0,003 emedan $R_{nc} = 7{,}5\cdot10^6$. Enligt ITTC-57 ger detta R_{nc} $C_F = 0{,}00316$.

Omräkningen ger $D_T = 1157$ |N| i stället för $D_T = 1088$ |N|, alltså ett ca 6% högre värde, som i detta fall är av ringa betydelse.

Motstånd av profiler speciellt utformade för avlösning, kavitation eller ventilation vid bakkanten. (Pkt 1.4.1.3 i rapporten)

Med ledning av ref /3, s.20-4/ och /11/ kan motståndet för tvådimensionella profiler enligt rubriken, i princip av nedan avbildad typ, härledas. Här betraktas i första hand roder med höjden = h.

		"k-värden" för profilerna
	Kilformad sektion	$k = \frac{2}{\pi} = 0{,}64$
 V	Parabelformad sektion	$k = \frac{\pi}{8} = 0{,}39$
	Sektion sammansatt av cirkelbågar	$k = 0{,}28$

Det framgår att profilmantelns tryckmotståndskoefficient med basytan $A_B = t_B \cdot h$ som referensyta är proportionell mot t_B/c och att profilbasens tryckmotståndskoefficient med samma referensyta, förutom mot t_B/c, även naturligt nog är direkt proportionell mot differensen mellan trycket i det ostörda vattnet och trycket intill profilbasen, vid dennas medeldjup. Koefficienten $C_{D_pA_B}$ för det totala tryckmotståndet D_p baserat på basytan A_B, alltså definierad som

(13:1) $C_{D_pA_B} = D_p/(\frac{1}{2}\rho V^2 t_B h)$ får sålunda det allmänna uttrycket

(13:2) $C_{D_pA_B} = k(\frac{t_B}{c})(1-C_p)$

k = en koefficient beroende av sektionens form, se i fig ovan inskrivna k-värden.

C_p = tryckkoefficienten som representerar tryckdifferensen genom definitionen i detta fall:

(13:3) $C_p = \frac{p_B - p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}$ eller $-C_p = \frac{p_o - p_B}{\frac{1}{2}\rho V^2}$ (jfr rapportens pkt 1.2.2)

p_o = statiska trycket i ostört vatten vid aktuellt djup h_w under vattenytan, dvs p_o = atmosfärstrycket+hydrostatiska trycket, vid medellufttryck alltså = ca $100\,000 + \rho g h_w$ |Pa|

p_B = det aktuella lokala trycket, i detta fall medeltrycket intill profilens bas, dvs vid djupet h_w.

ρ = vattnets densitet

Av det föregående framgår att varje tryck p_B som understiger p_o ger ett negativt C_p-värde och ökar därmed värdet av koefficienten för tryckmotståndet $C_{D_pA_B}$ enl (13:2), desto mera ju lägre p_B är. Vid kavitation kan i uttrycket för C_p enl (13:3) p_B överslagsmässigt sättas = vattnets ångbildningstryck p_v, som tex vid 17-18°C är ca 2000 Pa. Därvid gäller alltså

(13:4) $$-C_p = \frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V^2} = \text{kavitationstalet } \sigma \quad \text{(jfr rapportens pkt 1.2.2)}$$

För ett vid basen kaviterande icke ventilerat roder med profil av här aktuellt slag, skulle därmed ekv (13:2) få följande form:

(13:5) $$C_{D_pA_B} = k\left(\frac{t_B}{c}\right)\left(1+\frac{p_o - p_v}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right) = k\left(\frac{t_B}{c}\right)(1+\sigma)$$

Med reservation för bl a inverkan av i vattnet löst luft, "vattnets gashalt", ansätts här till en början som en storleksordning, att ett högre tryck än p_v inte förekommer inom kaviteten på ett visst vattendjup så länge det inte sker luftnedsug genom vattenytan. p_v är i varje fall litet i förhållande till p_o. Tex på 1m djup = h_w är p_o = ca 100 000 + $h_w \cdot \rho \cdot g$ = ca 110 000 Pa att jämföras med p_v = ca 2000 Pa enl ovan, dvs knappt 2% av p_o. För beräkning av motståndet för totalkaviterande roder bör sålunda p_v i större sammanhang kunna försummas, varigenom tryckskillnaden mellan profilmanteln och profilbasen ansätts = p_o. Därmed kan tryckmotståndets koefficient $C_{D_pA_B}$ approximativt ges samma värde för såväl <u>totalkaviterande</u> som <u>icke kaviterande</u> och <u>icke ventilerade</u> roder av den här aktuella typen med viss säkerhet mot för lågt värde, dvs:

(13:6) $$C_{D_pA_B} = k\left(\frac{t_B}{c}\right)\left(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right)$$

Denna generalisering kan även motiveras med svårigheten att med säkerhet förutsäga när kavitation inträder.

Vid <u>naturlig ventilation</u>, vilket innebär atmosfärstryck i luftfickan akterom profilens bas, är skillnaden i tryck vid basen respektive i omgivande vatten lika med det hydrostatiska trycket. Motsvarande medeltryckskoefficient inom den ventilerade profilbasens höjd h, baseras på medeldjupet ½h emedan den övre kanten av ett ventilerat roder bör ligga vid vattenytan vid planingsfart.

Därmed blir medeltryckskoefficienten, se (13:3), följande för ett vid basen ventilerat roder:

$$(13:7) \qquad C_{pm} = -\frac{\frac{1}{2}h\varrho g}{\frac{1}{2}\varrho V^2} = -\frac{hg}{V^2}$$

Härigenom får ekv (13:2) följande form för ventilerad profil:

$$(13:8) \qquad C_{D_pA_B} = k(\frac{t_B}{c})(1+\frac{hg}{V^2}) \quad \text{med k enligt s.1}$$

I (13:6) och (13:7) är koefficienten för det totala tryckmotståndet D_p relaterad till profilens basyta A_B. Som referensyta kan i stället tex väljas profilens dubbla projicerade yta $A_2 = 2ch$, vilket är praktiskt när friktionsmotståndet skall inkluderas (jfr beräkningsformlerna i rapportens pkt 1.4.1.1-2). Då gäller allmänt:

(13:9)
$$C_{D_pA_2} = D_p/(\tfrac{1}{2}\varrho V^2 \cdot 2ch)$$
$$C_{D_pA_2} = C_{D_pA_B}\cdot(\frac{t_B}{2c})$$

och med hänvisning till (13:1) erhålls genom multiplikation med $t_B h$ och division med 2ch:

Tillämpning av (13:9) på ekv (13:6) ger för totalkaviterande, icke kaviterande och icke ventilerad profil tryckmotståndskoefficienten

$$(13:10) \qquad C_{D_pA_2} = \frac{k}{2}(\frac{t_B}{c})^2(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\varrho V^2}) = \frac{D_p}{\frac{1}{2}\varrho V^2 A_2}$$

På motsvarande sätt omvandlas ekv (13:8) för ventilerad profil:

$$(13:11) \qquad C_{D_pA_2} = \frac{k}{2}(\frac{t_B}{c})^2(1+\frac{hg}{V^2}) = \frac{D_p}{\frac{1}{2}\varrho V^2 A_2}$$

, där alltså g är tyngdkraftens acceleration

Friktionskoefficienten för den aktuella profiltypen, där profilmanteln har relativt liten krökning, kan ansättas lika med koefficienten för "plattfriktionen", lämpligen C_F enligt ITTC-57.

Totalmotståndskoefficienten för totalkaviterande, icke kaviterande och icke ventilerande konditioner får härmed följande formulering med den generalisering som redovisats för ekv (13:6):

(13:12) $$C_{D_TA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2\left(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right) + C_F = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2}$$

C_F enl ITTC-57.
Övriga koefficienter enl s.1 i bilagan.

Interferensmotstånd och motstånd av fria ändar enl pkt 1.4.1.4, s.47 kan tillkomma.

Föredrar man att referera C_{D_T} till $A_1 = ch$ (planform area) i stället för till A_2 får ekvationen följande utseende:

(13:13) $$C_{D_TA_1} = k\left(\frac{t_B}{c}\right)^2\left(1+\frac{p_o}{\frac{1}{2}\rho V^2}\right) + 2C_F$$

På motsvarande sätt får totalmotståndskoefficienten för en totalventilerad profil, med hänsyn även tagen till att naturlig ventilation alltid är förenad med ett sprutmotstånd (se pkt 1.4.1.4, s.50) följande formulering:

(13:14) $$C_{D_TA_2} = \frac{k}{2}\left(\frac{t_B}{c}\right)^2\left(1+\frac{hg}{V^2}\right) + 0{,}12\frac{t_B^2}{ch} + C_F = \frac{D_T}{\frac{1}{2}\rho V^2 A_2}$$

Sprutmotståndet representeras alltså av nästsista termen. Kommentarer i övrigt enligt ovan under ekv (13:12). Ekv (13:14) kan även skrivas:

(13:15) $$C_{D_TA_1} = k\left(\frac{t_B}{c}\right)^2\left(1+\frac{hg}{V^2}\right) + 0{,}24\frac{t_B^2}{ch} + 2C_F$$

Strömning kring vingprofiler och dynamiken bakom vingars lyftkraft och motstånd

Som introduktion till detta ämne ger Fig 14:1 en schematisk bild av dynamiken bakom vingars lyftkraft och motstånd. Där visas en vingprofil, och som jämförelse en plan platta "utan tjocklek", som med viss anfallsvinkel och hastighet möts av ett homogent strömningsfält, exempelvis vatten. Detta åskådliggörs av parallella ekvidistanta strömlinjer som symboliserar vattenpartiklarnas väg (i stället för det omvända i verkligheten, men det bedöms mera åskådligt och ändå dynamiskt riktigt på detta sätt).

Då strömningsfältet når kontakt med vingsektionen fördelar sig strömlinjerna vid den sk stagnationspunkten, där bildligt formulerat, en strömlinje i bildsnittet träffar profilytan i 90° vinkel. Strömningsfördelning sker där dels till profilens ovansida, där strömlinjerna kröker av konvext utefter profilens framparti och ovansida, vilket betyder tryck-sänkning (- Δp) på grund av centrifugalkraftsverkan på vätskepartiklarna, som därmed strävar att avlägsna sig från profilytan. Här gäller större centrifugalkraft ju mindre krökninsradien är, så länge det är avlösningsfri strömning. Trycksänkning ger dels ökad strömningshastighet utefter profilens ovansida, indikerad i figuren genom tätnande strömlinjer,

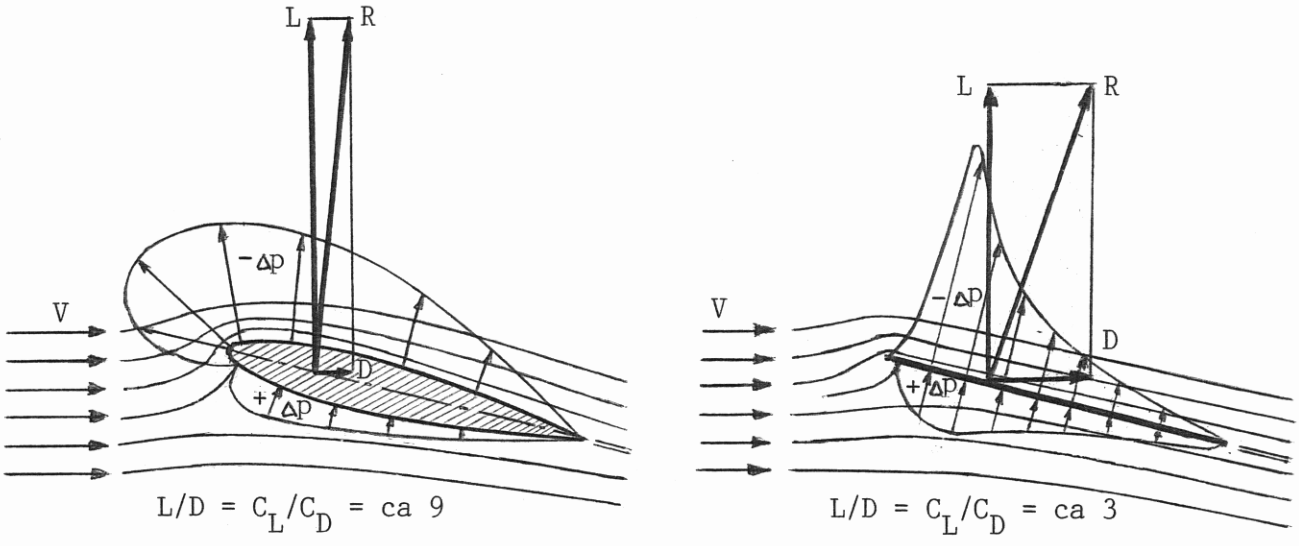


Fig 14:1. Strömning och tryckfördelning kring snedanströmmad symmetrisk vingprofil i jämförelse med plan platta i samma situation.
R = kraftresultant, L = lyftkraft, D = totalmotstånd
C_L= lyftkraftskoefficient, C_D= motståndskoefficient
Denna principskiss har för en segelbåtsköl realistiska proportioner vad avser kölprofil och kraftverkan, men har normalt sett överdriven anströmningsvinkel (avdriftsvinkel).

dels även viss insugning och medryckning av vätskemassa från omgivningen. På profilens undersida kröker strömlinjerna av även konvext uppåt mot profilytan. Därmed blir vätskerörelsen, pga centrifugalkraften på vätskepartiklarna, riktad mot profilens undersida (trycksidan) där vätskan bromsas upp med ökat tryck ($+\Delta p$) och minskad strömningshastighet ("glesnande" strömlinjer) samt avlänkning av vätskemassa neråt som följd.

Tryckfördelningen i princip visas i Fig 14:1 med tryckkurvor omkring profilen - negativ fördelning på ovansidan och positiv på undersidan - i relation till det ostörda omgivande trycket. Pilar innanför tryckkurvorna markerar att trycket verkar vinkelrätt mot varje punkt på ytan och pilarnas längdvariation ger en uppfattning om tryckfördelningens variation. Vingprofilens detaljutformning är avgörande för tryckfördelningen.

Tryckdifferensen mellan vingens ovan- och undersida indikerar lyftkraft och tryckmotstånd, vilket illustreras i figuren med en kraftresultant R, vilken, frånsett en friktionsdel i profilmotståndet, representerar summan av de reaktionskrafter som har sin orsak i att hela strömningsförloppet, genom den mot strömningen snedställda vingen, accelererar en vätskemassa, vars resulterande riktning är motsatt den visade kraftresultantens riktning (om man bortser från den ringa friktionskraftens påverkan). Detta är i enlighet med Newtons tröghetslag om aktion och reaktion med innebörd att utan fast mothåll åstadkomma en kraft i viss riktning genom att accelerera en massa i motsatt riktning. Kraften = massan gånger accelerationen. (Jfr tex rodd, propellerdrift, vattenstråledrift).

Kraftresultanten R kan uppdelas i lyftkraftskomposanten L i 90^{o}:s vinkel mot rörelseriktningen, och motståndskomposanten D i rörelseriktningen. D är sammansatt av profilmotstånd, som till största delen härrör från friktion, och lyftkraftsinducerat motstånd. Se för övrigt mom 1.5.1:a),b), s.52.

Tryckminskningen på vingens ovansida är i absoluta termer klart dominerande över tryckökningen på undersidan. Speciellt anmärkningsvärt är det stora undertrycksområdet framom/ovanför profilens främre del, förorsakat av den konvexa strömningen runt profilnosens rundning (se föreg. sida). Detta framåtriktade undertrycksområde, som påverkar kraftresultantens riktning och därmed motståndskomposantens storlek, är av avgörande betydelse för mi-

nimering av motståndskomposanten.

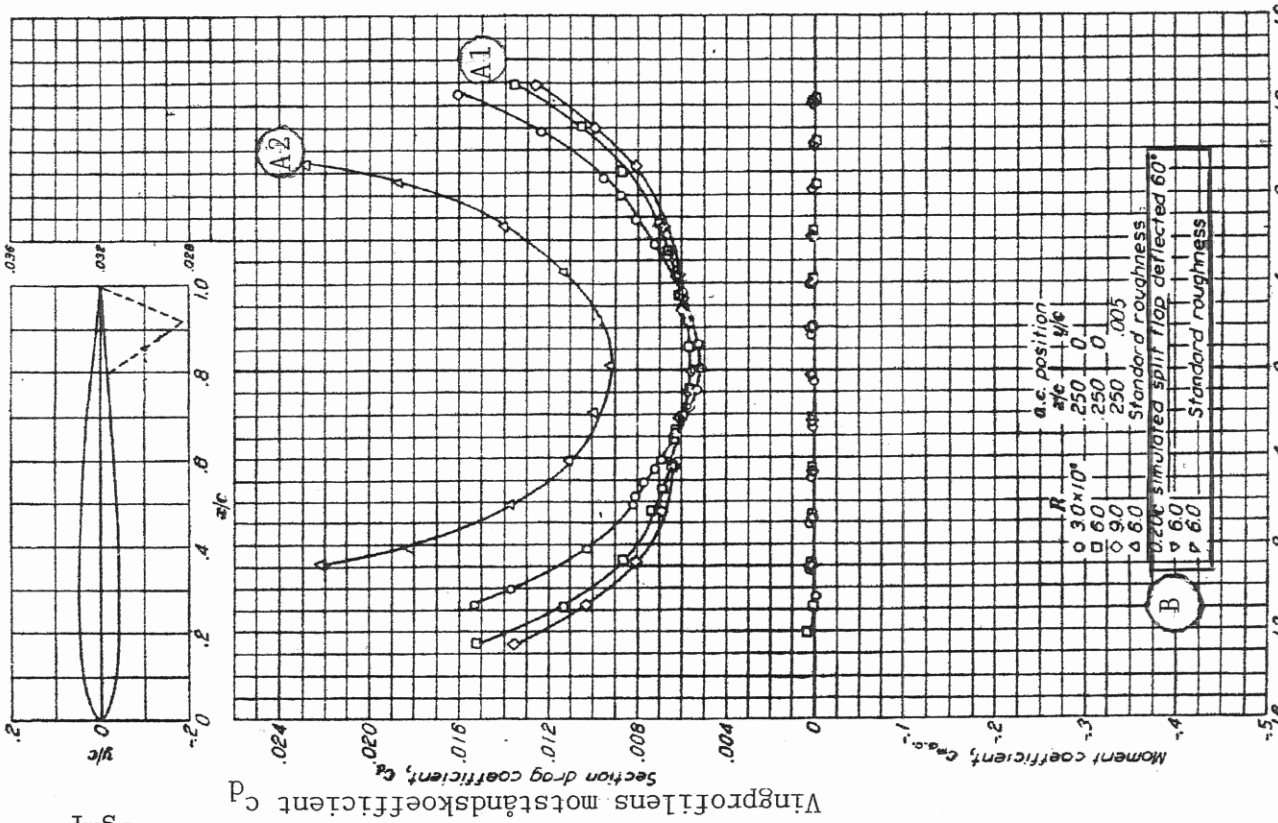
I detta sammanhang är en strömningsteknisk jämförelse mellan vingprofilen och den plana plattan i Fig 14:1 av speciellt intresse. Den stora skillnaden visar undertryckskurvorna på ovansidan. Genom avsaknad av avrundat framparti på plattan och att trycket verkar vinkelrätt mot den plana ytan, får tryckfördelningskurvan här ett helt annat utseende än vad fallet är för vingprofilen. Detta medför att kraftresultanten R för plattan bildar en nära 90^{o}:s vinkel mot den plana ytan (friktionen ger viss avvikelse från 90^{o}) i stället för nära 90^{o} mot strömningsriktningen, vilket är möjligt för vingprofilen. Därmed blir motståndskomposanten D proportionsvis mycket större här än för vingen, medan differensen mellan lyftkrafterna är förhållandevis mindre inom vanligen förekommande anströmningsvinklar.

Detta är endast en principiell jämförelse mellan två extremfall. Däremellan finns en oändlig mängd mellanformer med varierande kvalifikationer för sitt ändamål.

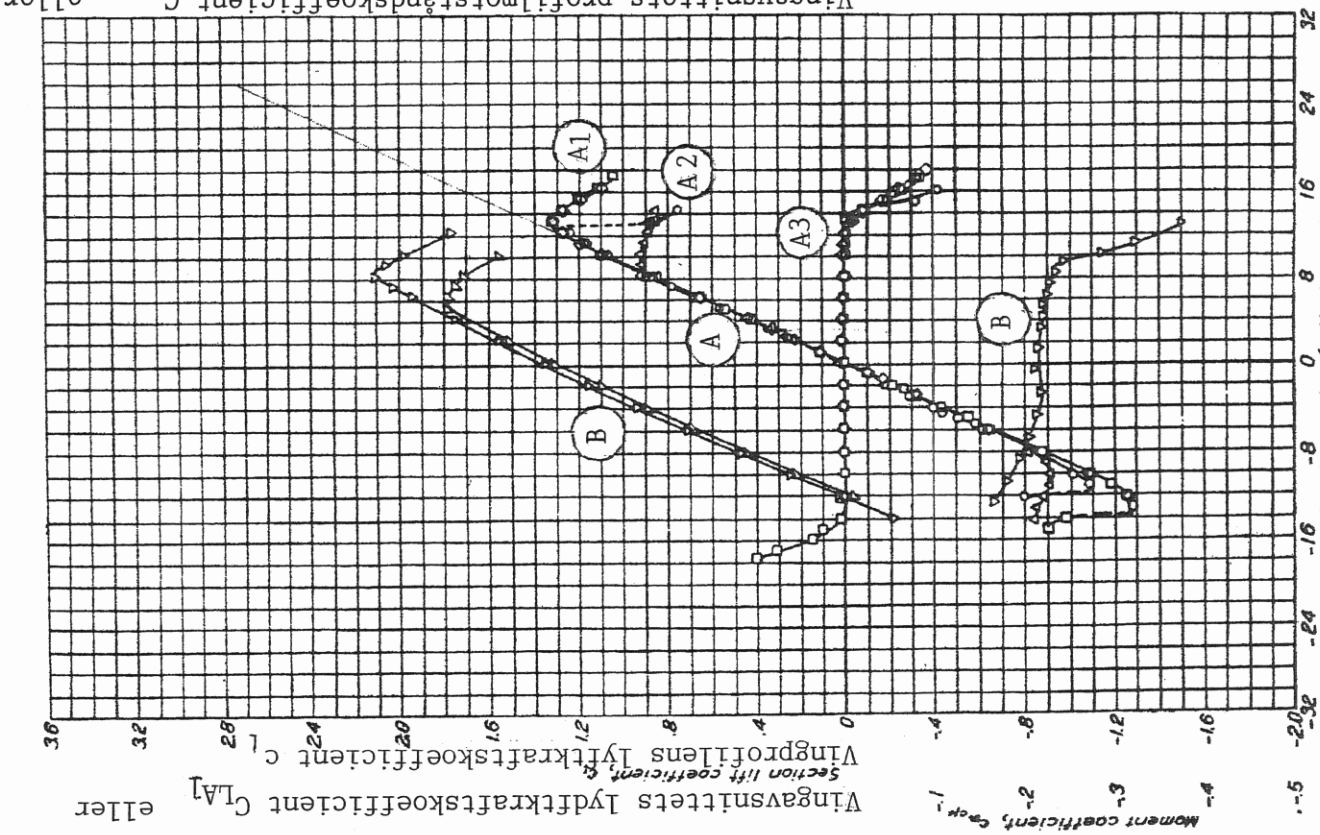
Rent allmänt kan konstateras att frampartiets utformning och även ytfinhet har speciellt stor betydelse för en vingprofils lyftkraft och motstånd. Exempelvis är en parabelformad avrundning av profilens framparti avsevärt bättre än en cirkulär eller spetsig form. Det är sålunda en mycket grannlaga uppgift att formge en effektiv segelbåtsköl. Därför rekommenderas vetenskapligt framtagna grundkoncept, såsom NACA-serierna, i stället för experimenterande på egen hand om man inte har specialistkompetens inom området.

VINGPROFIL NACA 0009

Diagram enl ref /1/
Gäller tvådimensionell vinge
inklusive friktionsmotstånd



Vingprofilens motståndskoefficient c_d



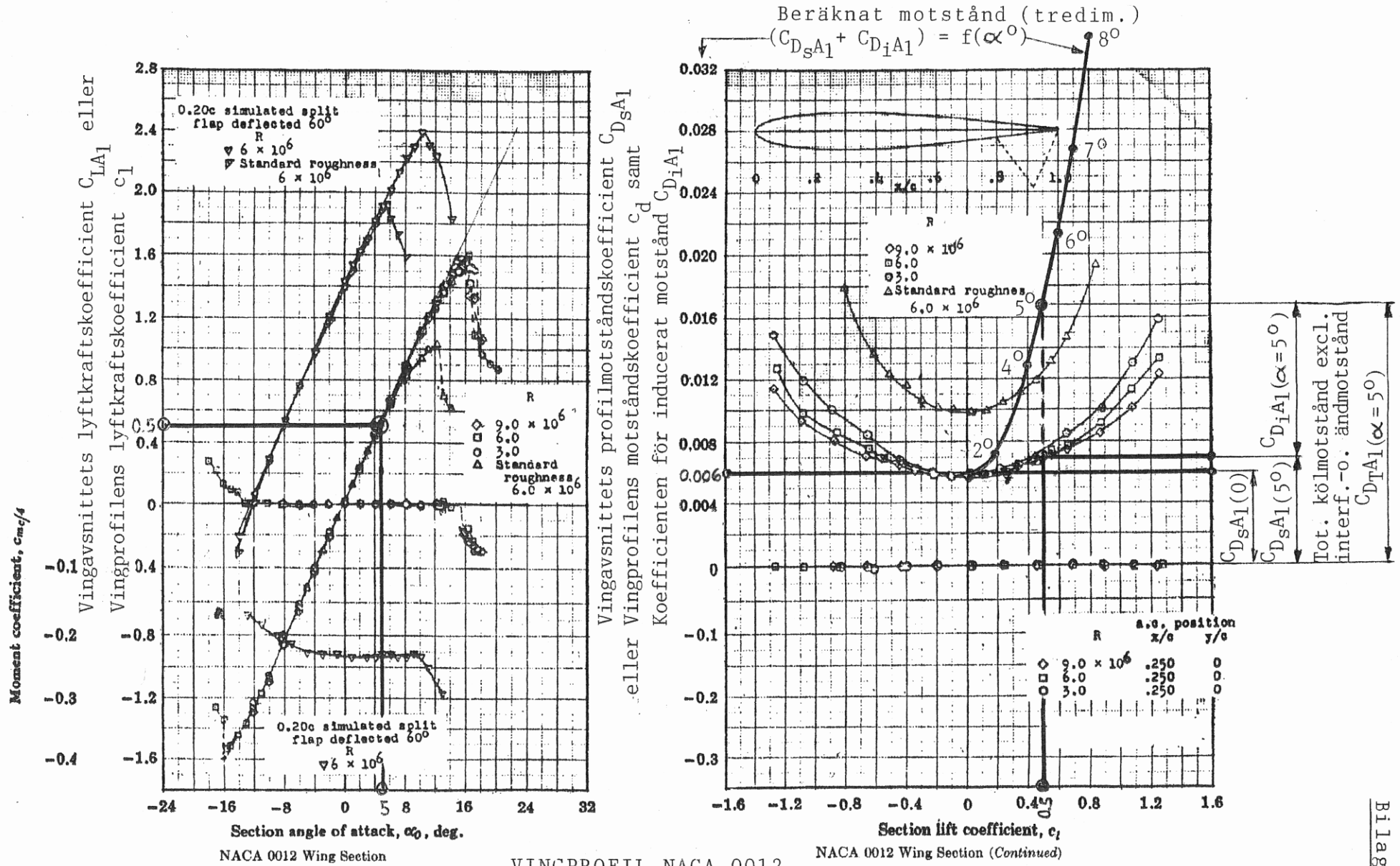
Vingprofilens lyftkraftskoefficient c_l

Vingavsnittets profilmotståndskoefficient $C_{D_{sA_1}}$ eller

Vingavsnittets lyftkraftskoefficient $C_{L_{A_1}}$ eller

Med A märkta kurvdelar gäller vingprofil utan flap.

A1 gäller slät yta
A2 gäller standard ytråhet
A3 gäller profilmoment
B gäller i 60° utfälld flap



VINGPROFIL NACA 0012

Diagram enl ref /1/

Data för Exempel 6 inritade

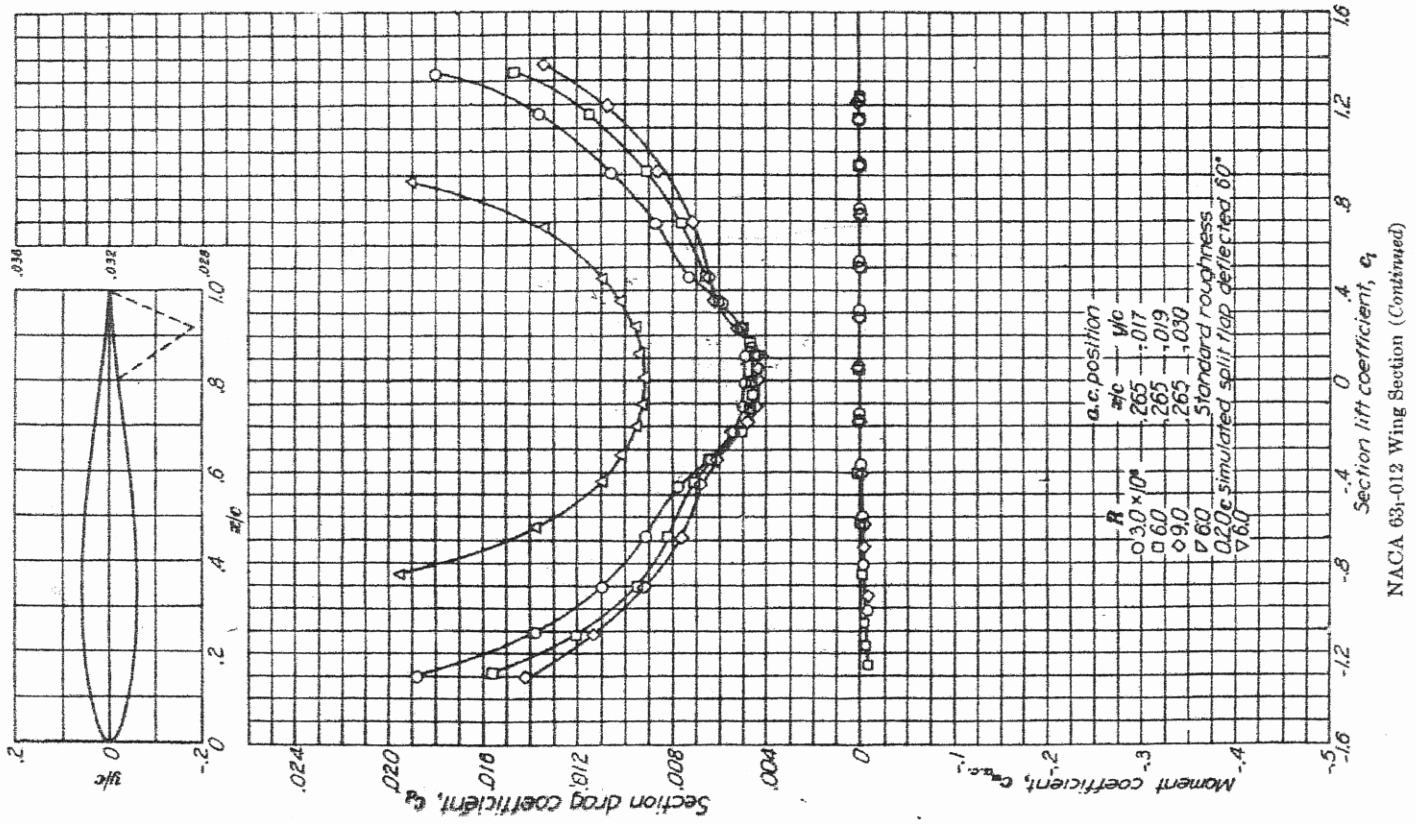
s.63

Bilaga 15

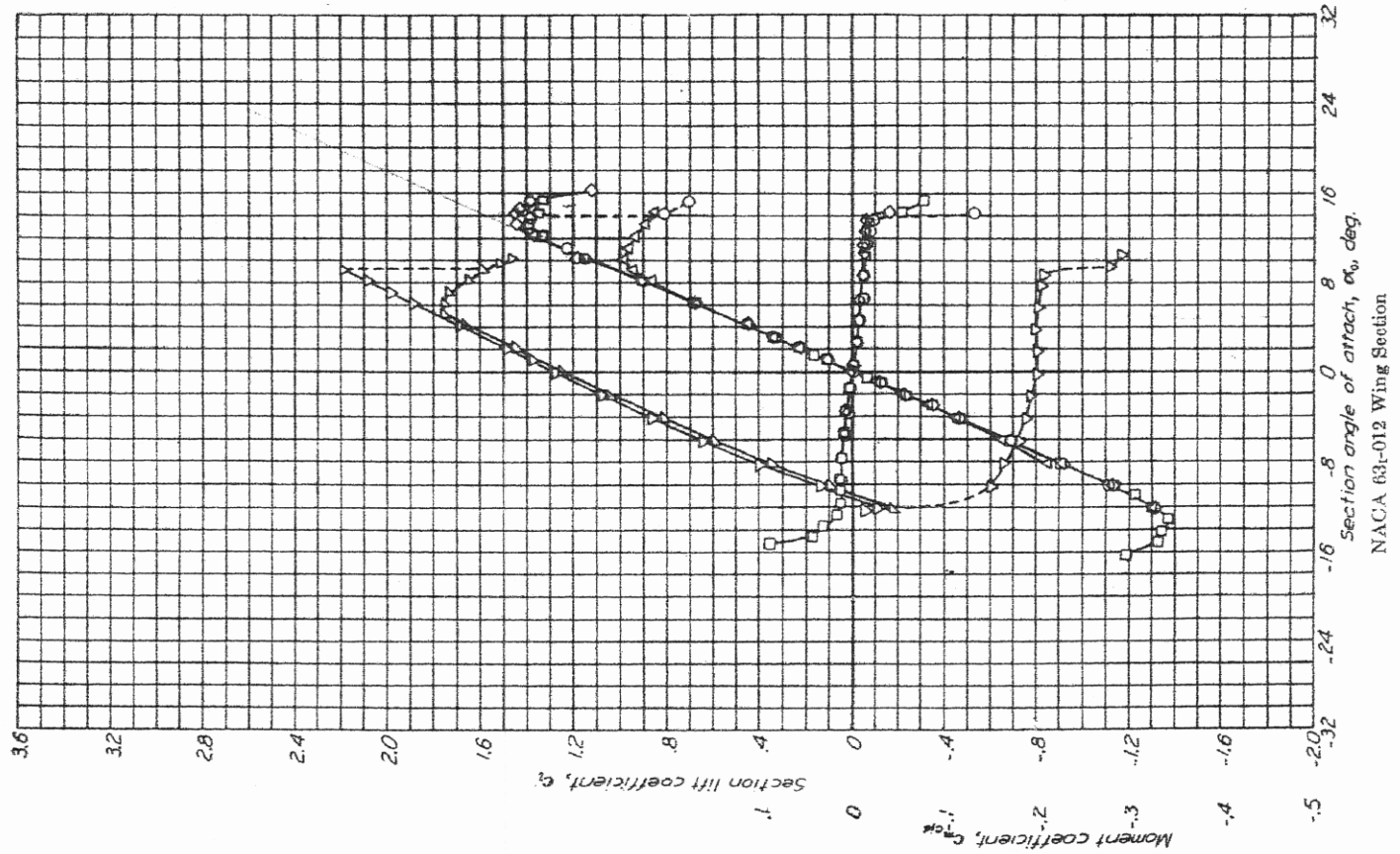
s.2

VINGPROFIL NACA 63-012

Diagram enl ref /1/
Gäller tvådimrnsionell vinge
inklusive friktionsmotstånd



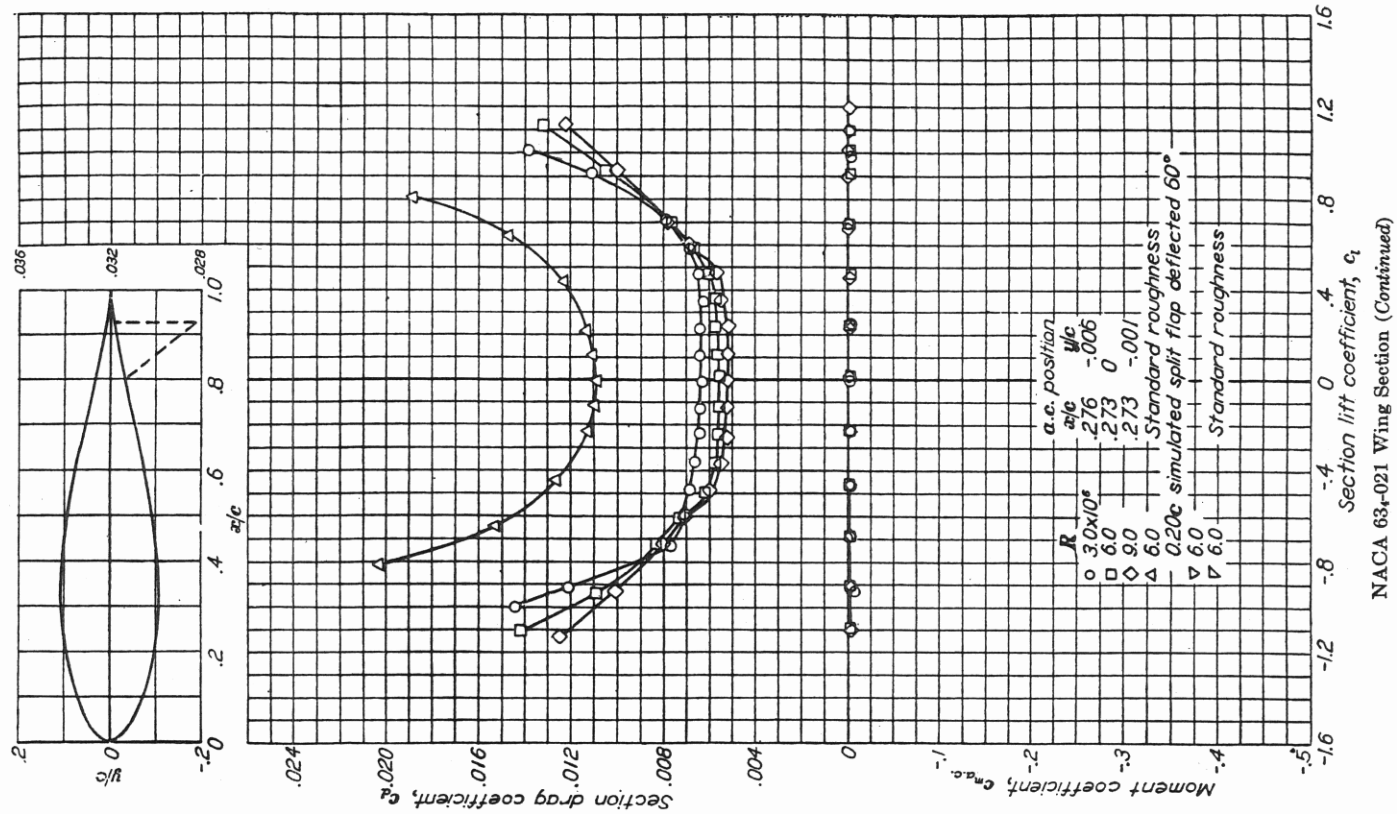
NACA 63₁-012 Wing Section (Continued)

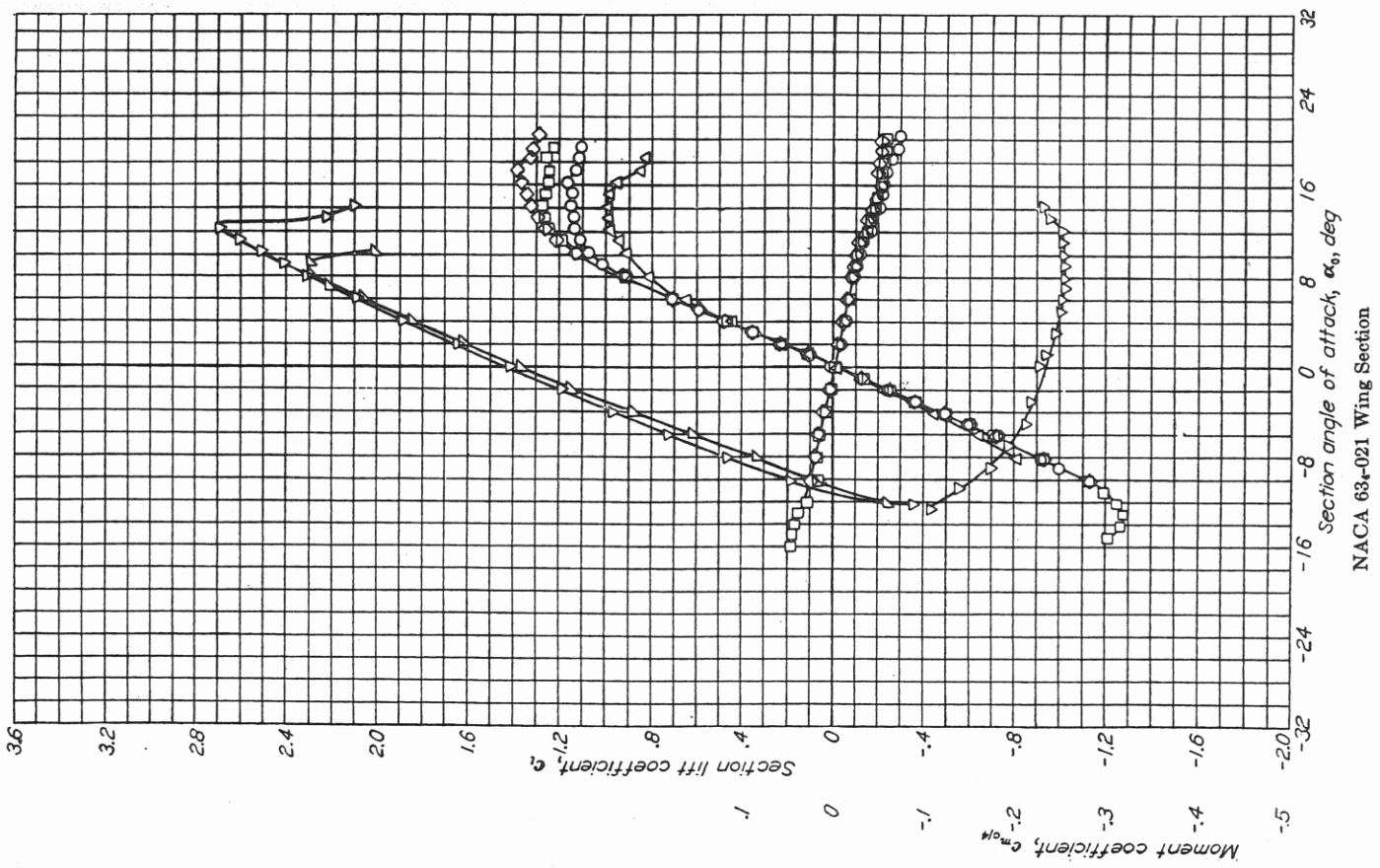


NACA 63₁-012 Wing Section

VINGPROFIL NACA 63-021

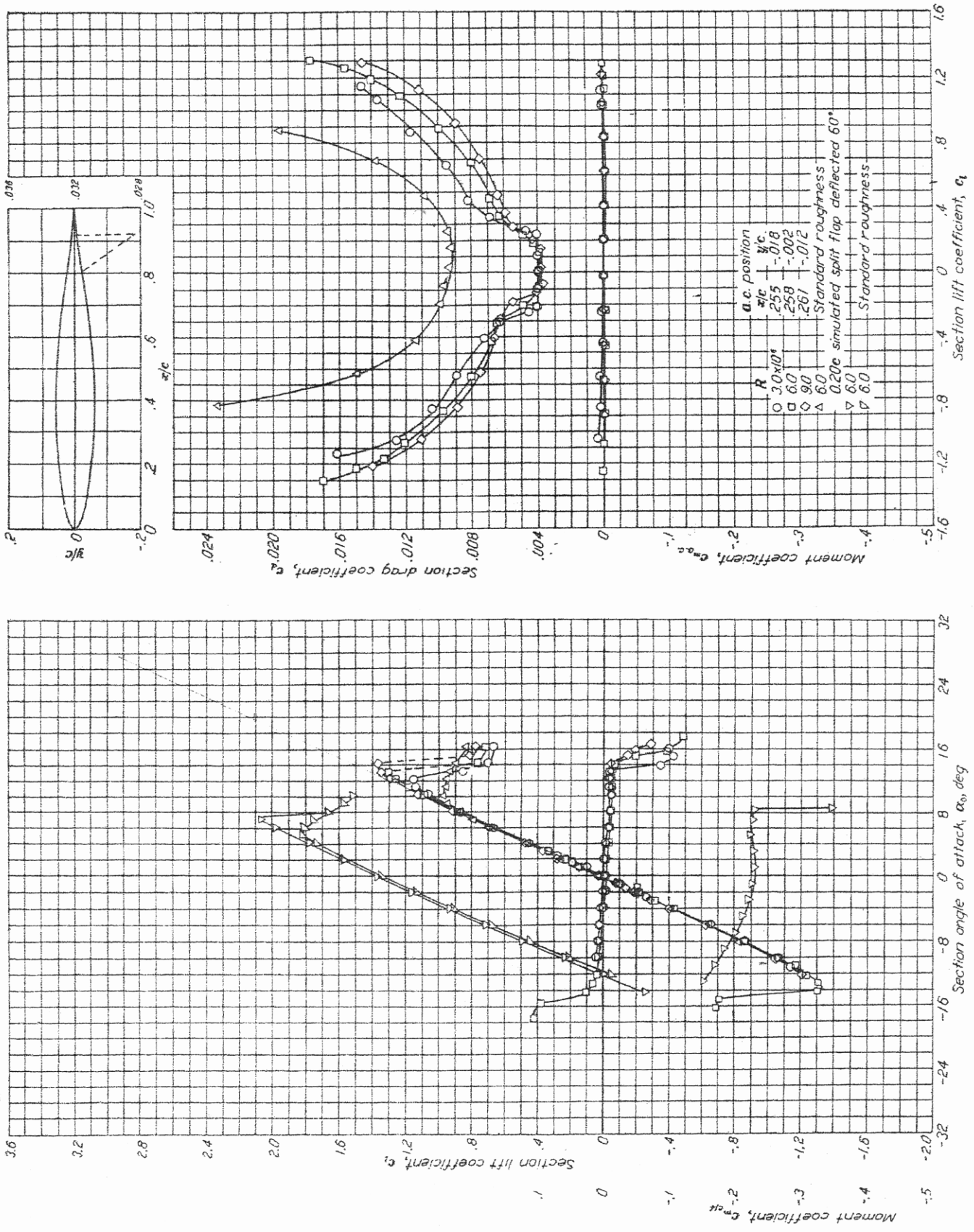
Diagram enl ref /1/
Gäller tvådimensionell vinge
inklusive friktionsmotstånd





VINGPROFIL NACA 65-012

Diagram enl ref /1/
Gäller tvådimensionell vinge
inklusive friktionsmotstånd



VINGPROFIL NACA 65-021

Diagram enl ref /1/
Gäller tvådimensionell vinge
inklusive friktionsmotstånd

